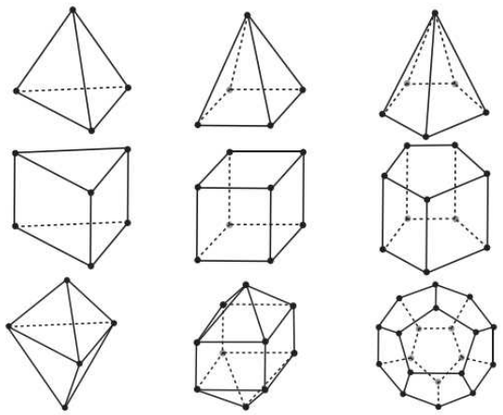
組　　番　　氏名

ゴム膜(まく)の幾何学(やわらかい図形の幾何学)

－オイラーの定理を学ぶにあたって－

次の９つの多面体について，「頂点の数－辺の数＋面の数(オイラー数という)」を計算してみよう



	頂点の数	辺の数	面の数	オイラー数
①				
②				
③				
④				
⑤				
⑥				
⑦				
⑧				
⑨				

オイラー数はすべて同じである。多面体のオイラー数がすべて同じということは，ある特徴があるということなのであるが，それは，

柔らかい球(風船)からすべて穴を開けずに変形できる

ということである．

それなら，風船に無理矢理，頂点，辺，面を書き込んでオイラー数を計算してみよう(この場合，辺や面は曲がっていてもかまわないものとする)

	頂点の数	辺の数	面の数	オイラー数
パターン1				
パターン2				

風船のオイラー数も [　　] であることが，とりあえず証明された。

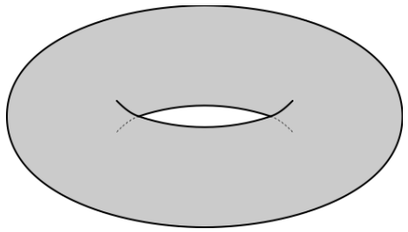
わかったこと

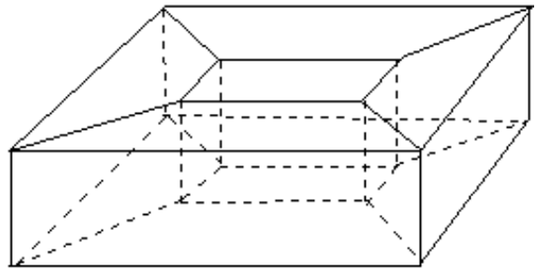
ゴム膜でできた立体を，穴を開けずに変形して作ることができれば，オイラー数は同じであるということ．左の９つの立体ももとは，風船から作ることができるということ

である．

それなら，立体のオイラー数はすべて２であるかというとどうなのか．調べてみよう．

次に浮き輪のオイラー数を計算してみることにするが，このままだと頂点，辺，面がないので，角張った浮き輪で，オイラー数を求めてみることにする．





	頂点の数	辺の数	面の数	オイラー数
浮き輪				

明らかに，風船(オイラー数は 2)から浮き輪(オイラー数は 0)は穴を開けないで作ることができないことがわかるが，それは直感であって，科学的に証明されたわけでない。これを科学的に証明しようとすると，オイラー数を計算しないといけない．

オイラー数が違うということは，粘土で作られた立体の図形(ゴム膜でつくられた立体の図形)をどんなに穴を開けないで変形しようとも絶対に変形できないことが，数学的に保証されたということである．

これらの内容は大学の幾何の授業でおこなう内容である．興味を持った生徒は大学の理系にすすもう！

授業の感想