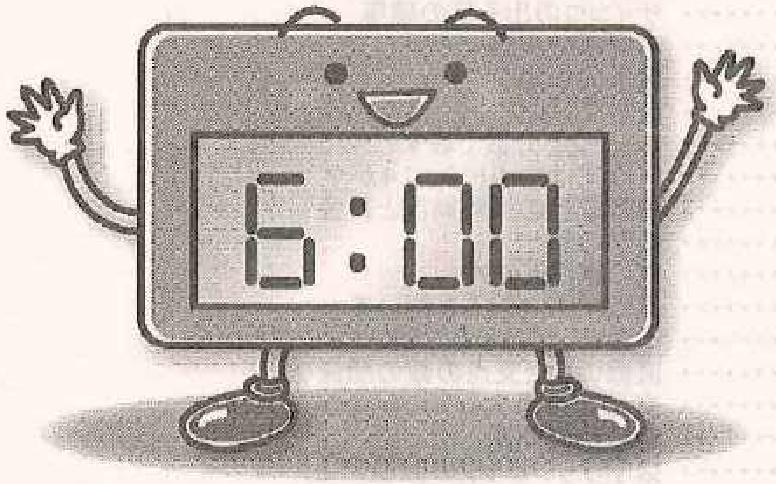
3年 A組



中学校

Aクラス 目次

数学の魅力

レポートのあらすじ・取り組み

便利な計算術、数学の小ネタを本やインターネット、身の周りにあるものを参考にしてまとめました。

参考：16年度受験用 甲南高等学校 過去問（久保雄一）（英俊社）、徹底演習テキスト 中3 数学、サクサクスラスラべんり 速算術（中村義作）（日本実業出版社）

インターネットなど ＋ いつのまにか知っていた自分の知識

レポートの内容

I. 関数 $y=ax^2$ などの変化の割合を一瞬で求める。

☆（参考 徹底演習テキスト 中3 数学）

・教科書などに載っている、変化の割合の求め方は、

変化の割合 $= \dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ である。

例として上の解き方で「徹底演習テキスト 中3 数学」のP93の264の(2)

［関数 $y=2x^2$ について，x の値が3から5まで増加するときの変化の割合を求めなさい。］

を解いてみると　$x=3$ のとき → $y=18$　$x=5$ のとき $y=50$

$\dfrac{50-18}{5-3} = \dfrac{32}{2} = 16$　となり A 16

しかし、こんな事をしなくても　$2(3+5)=16$

A 16　で、一瞬で求めることができる。　同じ

この方法は、「徹底演習テキスト 中3 数学」の「解答編」のP36の左下の（コーチ）という欄で載っていたものだ。

少し引用すると、［2乗に比例する関数 $y=ax^2$ について、x の値が p から q まで増加する時の変化の割合を求めてみると、

$$\text{変化の割合} = \frac{aq^2 - ap^2}{q-p} = \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p} = a(q+p)$$

Ⅱ．掛ける数、掛けられる数も11～19までの場合

・例として、12×14の計算をするとする。
答えは、三ケタの数字になるはずである。そこで、まず百の位は、何んでもいいから「1」を書く。次に十の位は、掛ける数の末位の数字を足した数にする。ここの例では、「$2+4$」の計算をして「6」を書く。答えの最後のケタは掛ける数と掛けられる数の一の位を掛けたものにする。つまり、「2×4」で「8」

これだけの計算で$12\times14=168$と答えが求まる。

☆ $12\times14=168$

- 6 → 2＋4を加える
- 1 → とにかく「1」にする
- 8 → 2と4を掛ける

・19×17などの計算では、$9+7$の足し算と最後の掛け算のところで繰り上がりがおこる。

$19\times17=163$
$\cancel{2}2$
3
323

? 何故なのか？（理由）

$$(10+a)(10+b) = \underbrace{100}_{\text{百の位は「1」}} + \underbrace{10(a+b)}_{\text{十の位は }a+b} + \underbrace{ab}_{\text{一の位は }a\times b}$$

Ⅲ．36×34を2秒で計算する方法!!

（十の位が同じで一の位が足して十になる数を掛ける）

・たとえば、36×34の答えは四ケタになる。上の二ケタは$3\times(3+1)$で12
下二ケタは6×4で24。答えは1224。
上二ケタは十の位の数とそれに1加えた数を掛ける。
下二ケタは単純にそれぞれの一の位の数をかける。62×68の場合は、上の二ケタが$6\times(6+1)$で42。下二ケタは2×8で16。

図

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ 34 \\ \hline 1224 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 62 \\ \times\ 68 \\ \hline 4216 \end{array}$$

- 24 → 6×4
- 12 → $3\times(3+1)$

どちらも十の位の数がいっしょで、一の位が足して10になる数をかけている。

次のページへ続く

Ⅲ. 36×34を2秒で計算する方法!!（つづき）

? 何故なのか？

$(10x+a)(10x+b)$

$= 100x^2 + 10\underbrace{(a+b)}_{a+bが10だから}x + ab$

$= 100x^2 + 100x + ab = \underbrace{100x(x+1)}_{上二ケタは x(x+1)} + \underbrace{ab}_{下二ケタは ab}$

xが10の位の数
aとbは
それぞれの数の
一の位の数

Ⅳ. 63×43も秒単位で計算する方法!!

この場合の式の条件は、十の位が足して10になるであり、一の位は同じ数になっている。

それぞれの数の十の位をa、bとし、一の位をxとする。

この例でいうと、$a=6$　$b=4$　$x=3$となる。ズバリ、単刀直入に説明すると、上の二ケタの数は「$ab+x$」で下二ケタは「x^2」である。

この場合、$6\times4+3$で上の二ケタは27。下二ケタは3×3で09。

この時、9とそのまま書いてはいけない。よって答えは、2709となる。

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times\ 43 \\ \hline 2709 \end{array}$$

① ②

①→ $6\times4+3=27$
②→ $3\times3=9$ → 09
→ 2709

? 何故なのか？

$(10a+x)(10b+x) = 100ab + 10\underbrace{(a+b)}_{a+bは10だから}x + x^2$

$= 100ab + 100x + x^2$

$= 100(ab+x) + x^2$ となる

応用

① $63\times53 = 63\times(43+10)$
$= 63\times43 + 63\times10 = 2709 + 630 = 3339$

② $63\times44 = 63\times43 + 63$
$= 2709 + 63 = 2772$

★ Ⅴ. 自然数Aの各位の数を例のように交互に加減して計算した数が11の倍数であれば、Aは11の倍数である。（甲南高校入試過去問より）

→平成15年度（I期）7

（例）Aが91234の場合

$9-1+2-3+4=11$ → 11の倍数　$91234 = 11\times8294$

〈証明〉　5ケタの自然数の各位を左の数から順にa.b.c、d、eとする。すると、この自然数は$10000a + 1000b + 100c + 10d + e$と表せる。また仮定より、$a-b+c-d+e$は11の倍数。そこで、$a-b+c-d+e=11m$（$m$は自然数）と表せる

$10000a + 1000b + 100c + 10d + e = (9999+1)a + (1001-1)b + (99+1)c + (11-1)d + e$

$= 9999a + 1001b + 99c + 11d + (a-b+c-d+e) = 11(909a + 91b + 9c + d) + 11m$

$= 11(909a + 91b + 9c + d + m)$ ← （ ）の中は自然数だから、$11(909a + 91b + 9c + d + m)$も自然数。よって、この5ケタの自然数は11の倍数である。

VI. 数字和を使った掛け算の検算!!

・ケタ位置に関係なく、それぞれの位の数字を足し合わせる。
これで、求まる合計を数字和と呼ぶ。このVIの検算では、数字和が9以下、一ケタになるまで、数字和を求めて検算する。

公式 → 掛けられる数の数字和 × 掛ける数の数字和 = 答えの数字和

(1)
47 → 4+7=11 → 1+1=2
×31 → 3+1=4
2×4=<u>8</u>
1457 → 1+4+5+7=17 → 1+7=<u>8</u>

(2)
466 → 4+6+6=16 → 1+6=7
×132 → 1+3+2=6
7×6=42 → 4+2=<u>6</u>
‥932
1398
466
61512 → 6+1+5+1+2=15 → 1+5=<u>6</u>

VII. 数字和による割り算の検算!!

・数字和で割り算の検算をする場合には、まず、割られる数の数字和を求めておく。一方で割る数の数字和と商の数字和をそれぞれ計算する。そして、割る数の数字和と商の数字和とを掛け合わせた数の数字和に余りの数字和を加える。どの段階でも、数字和は、一ケタになるまで計算を続ける。最後にこうして出てきた数字和と割られる数の数字和とを照らし合わせ、一致していれば、計算は正しい。

623 ÷ 18 = 34 … 11
6+2+3=11 → 1+1=2
1+8=9　3+4=7 ×
9×7=63 → 6+3=9
11 → 1+1=2
9+2=11 → 1+1=2

合致する

問題を解いて

レポートのあらすじ・取り組み

クレジットは金利を電卓を使わずに計算したのでしんどかった
鉛筆回しは補助線を見つけるのがしんどかった。

レポートの内容

クレジット

〈1ヶ月目〉
ハナコさんはカード会社から20万円借金をしました。月利3%翌月一括払いとします。
〈2ヶ月目〉
他のカード会社から20万と金利分と生活費5万円を借りて返済しました。
また翌月他の会社から借りて返さなければなりません。
〈以後〉
毎月これを繰り返します

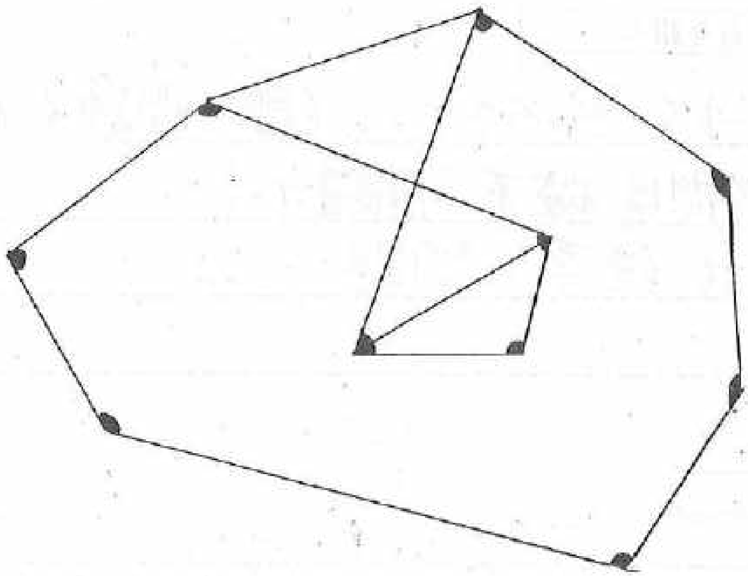
(1) 実際ハナコが借りて使ってしまった借金の総額はいくらでしょう
金額 = 22482368

(2) 24カ月目までに、金利を払うため借りた借金の総額はいくらでしょう
6000 + 7680 + 9410 + 11192 + 13028 + 14919 + 16867 + 18872
+ 20939 + 23067 + 25259 + 27517 + 29842 + 32237 + 34795
+ 37338 + 39959 + 42658 + 45437 + 48300 + 51249 + 54286
+ 57415 + 60637 = 728903

(3) 1社から借り入れられる限度額が20万円だとすると、24ヶ月目にハナコは何社から借金する必要があるだろう
22482368 ÷ 200000 ≒ 112
112社

ハナコさんの返済額等の金利表

1ヶ月目	200、000	6, 000	200, 000
2ヶ月目	256、000	7, 680	50, 000
3ヶ月目	313, 680	9, 410	50, 000
4ヶ月目	373、090	11, 192	50、000
5ヶ月目	484, 282	13, 028	50, 000
6ヶ月目	497, 310	14, 919	50, 000
7ヶ月目	562, 229	16, 867	50, 000
8ヶ月目	629, 096	18, 872	50, 900
9ヶ月目	697, 968	20, 939	50, 009
10ヶ月目	768, 907	23, 067	50, 000
11ヶ月目	841、974	25, 259	00, 000
12ヶ月目	917, 233	27, 517	50, 000
13ヶ月目	994、740	29, 842	50, 000
14ヶ月目	1、074、582	32, 237	50, 000
15ヶ月目	1、159、819	34, 795	50, 000
16ヶ月目	1、244、613	37, 338	50, 000
17ヶ月目	1、331、951	39, 959	50, 000
18ヶ月目	1, 421、910	42, 658	50, 000
19ヶ月目	1, 514、567	46, 437	50, 000
20ヶ月目	1, 610、004	48, 300	50, 900
21ヶ月目	1, 708、804	51, 249	50, 000
22ヶ月目	1, 809、553	54、236	50, 900
23ヶ月目	1, 913、839	57, 415	50, 000
24ヶ月目	2, 021、254	60, 637	50, 000



次の図の黒く印のついた10個の角度の和は何度になりますか。

補助線AG、HJを引く、AGを引くと7角形になる

$\angle HJK + KHJ = \angle GKJ$ … ①

$\angle KAG + \angle KGA = \angle GKJ$ … ②

①、②より、$\angle HJK + KHJ = \angle KAG + \angle KGA$といえる

$\triangle HJI$の内角の和は180°なので

$180 \times 5 + 180 = 1080$

A 1080°

数学 の レポート(場合の数・確立)

レポートのあらすじ・取り組み

僕は、このレポートをつくるまでに、6問の問題をインターネットから選び、4問は確率の問題です。
このレポートも、すべて、確率の問題にしました。

レポートの内容

パソコンの問題 → 2問
(数学の部屋)
(確立の問題 1問
場合の数 1問)

数学の教科書「数学の森」から確立の問題1問。

問題1

ご存知、サッカーチームのレアル・マドリードの、ロナウド

ベッカム、ジダン、フィーゴらの4人の選手がフィギュア

となり、ジュースのおまけとして付いてきます。

そこで、問題です。全部ほしくてジュースを4本

買いました。フィギュアが全部そろう確率は？

〈解〉ロナウド＝ロ　ベッカム＝ベ　ジダン＝ジ　フィーゴ＝フ　と略

すべてそろう	ロロロロ①	べべべべ②	ジジジジ③	フフフフ④
1つちがい…	ロロロベ⑤	べべべロ⑧	ジジジロ⑪	フフフロ⑭
	ロロロジ⑥	べべべジ⑨	ジジジベ⑫	フフフベ⑮
	ロロロフ⑦	べべべフ⑩	ジジジフ⑬	フフフジ⑯
2つちがい…	ロロべべ⑰	べべロジ㉓	ジジロべ㉘	フフロべ㉜
	ロロべジ⑱	べべロフ㉔	ジジロフ㉙	フフロジ㉝
	ロロべフ⑲	べべジジ㉕	ジジべフ㉚	フフべジ㉞
	ロロジジ⑳	べべジフ㉖	ジジフフ㉛	
	ロロジフ㉑	べべフフ㉗		
	ロロフフ㉒			

全部ちがう… $\boxed{\text{ロベジフ}}$ ㉟

A. $\frac{1}{35}$

問題2

3本のうち当たりが1本入った箱があります。1度引いたくじは戻さないことにし、AさんBさんが引きます。1回目はAさん 2回目はBさんが引き、それぞれが当たりを引く確率を求めましょう

〈解〉

当たりくじを○、はずれくじを×、△として解く

1回目	2回目	
○	×	Aさん当たり
○	△	
×	○	Bさん当たり
△	○	
△	×	AさんBさんどちらもはずれ
×	△	

Aさんが当てる確率

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

Aさん $\frac{1}{3}$

Bさんが当てる確率

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

Bさん $\frac{1}{3}$

この結果から分かったことは、引く順番は関係しないことが分かった。

問題3

10000円札で1000円の品物を買ってお釣りをもらいます。
お釣りはお札だけだとします。
今は、1000円札と5000円札の2種類があるだけですから、

- 5000円札 1枚 と 1000円札 4枚
- 1000円札 9枚 の2通りしかありません。

それでは新しい2000円札が発行され、1000円札、2000円札、5000円札の3種類となったとき、お釣りのもらい方は何通りあるでしょうか？

〈解〉

$10000-1000=9000$

- 2000円札 2枚 と 5000円札 1枚
- 1000円札 7枚 と 2000円札 1枚
- 〃 5枚 と 〃 2枚
- 〃 3枚 と 〃 3枚
- 〃 1枚 と 〃 4枚
- 1000円札 2枚 と 2000円札 1枚 と 5000円札 1枚

6通り

もとの2通りを足すと

$6+2=8$

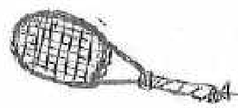
A. 8通り

スムースとラフの確率

レポートのあらすじ・取り組み

テニスラケットを回して、スムースとラフが出る確率が$\frac{1}{2}$か実際に1000回回して調べたいと思います。

スムースとラフの意味はラケットの持つところの一番下に模様が書いてあっる。その模様が普通ならスムースでその逆がラフです。



レポートの内容

今から、スムースとラフの確率が$\frac{1}{2}$か1000回、回します。

1~18回	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ス
19~36回	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ス	ス	ラ
37回~54回	ス	ス	ラ	ス	ス	ス	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ス
55回~72回	ラ	ス	ス	ス	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ス
73回~90回	ス	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ
91回~108回	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ス	ラ	ス	ス
109回~126回	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ
127回~144回	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ス	ラ
145回~162回	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ス	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ
163回~180回	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ
181回~198回	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス
199回~216回	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ラ

ス…スムース　ラ…ラフ

回~ 234回	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ
回~ 252回	ス	ラ	ス	ス	ス	ス	ス	ス	ス	ス	ラ	ス	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ
回~ 270回	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ス	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ
回~ 288回	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ス	ス	ス	ス	ス	ス	ラ	ス	ス
回~ 306回	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ラ	ラ
7回~ 324回	ス	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ス
5回~ 342回	ラ	ラ	ス	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ラ
3回~ 360回	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ス	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ス
1回~ 378回	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス
回~ 96回	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス
7回~ 414回	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ス
回~ 432回	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ス
回~ 450回	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ス	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ラ
1回~ 468回	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ス	ス	ラ	ラ	ス	ス	ス	ラ	ス	ラ
1~ 486回	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ
7回~ 504回	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス
5回~ 522回	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ラ
23回~ 540回	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス
1回~ 558回	ラ	ス	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ス
9回 576回	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ
1回~ 594回	ラ	ス	ス	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ
回~ 612回	ス	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ
回 ~630回	ス	ラ	ス	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ
回 ~ 648回	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ラ
7回~ 666回	ス	ス	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス

667回～684回	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ
685回～702回	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス
703回～720回	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ
721回～738回	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ
739回～756回	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス
757回～774回	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ
775回～792回	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ス	ス	ス	ラ	ス	ス	ス	ラ	ス
793回～810回	ラ	ラ	ス	ス	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス
811回～828回	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ス
829回～846回	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス
847回～864回	ラ	ス	ス	ラ	ス	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ス	ス
865回～882回	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ
883回～900回	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ス
901回～918回	ス	ス	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ
919回～936回	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ス	ラ	ス	ラ
937回～954回	ス	ラ	ラ	ス	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ
955回～972回	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ス	ラ
973回～990回	ス	ラ	ラ	ラ	ラ	ス	ラ	ラ	ラ	ス	ス	ラ	ス	ラ	ス	ラ	ラ	ラ
991回～1000回	ス	ス	ラ	ラ	ス	ラ	ス	ス	ラ	ラ								

結果

ス 496回

ラ 504回

・結果はラフが8回多かったです。

・なぜ、ラケットを回すのかと言うと、試合で先サーブを選ぶのか、それとも先リターンを選ぶのかのときに決めるためだからです。どちらかがラケットを回してどちらかが、スムースかラフかをあてる。もしあたったら自分の作戦でどっちをとるか決めておいて、どちらかを選びます。自分のサーブが今日調子が悪るければ、リターンを選らびそのおかげで勝てるかもしれないからです。ほぼ$\frac{1}{2}$の確率でしたが試合ではラフを選びます。

・このレポートを調べたおかげで、自分はラフのほうが少し多く出ることがわかりました。

終わり

数学っておもしろい!!

レポートのあらすじ・取り組み

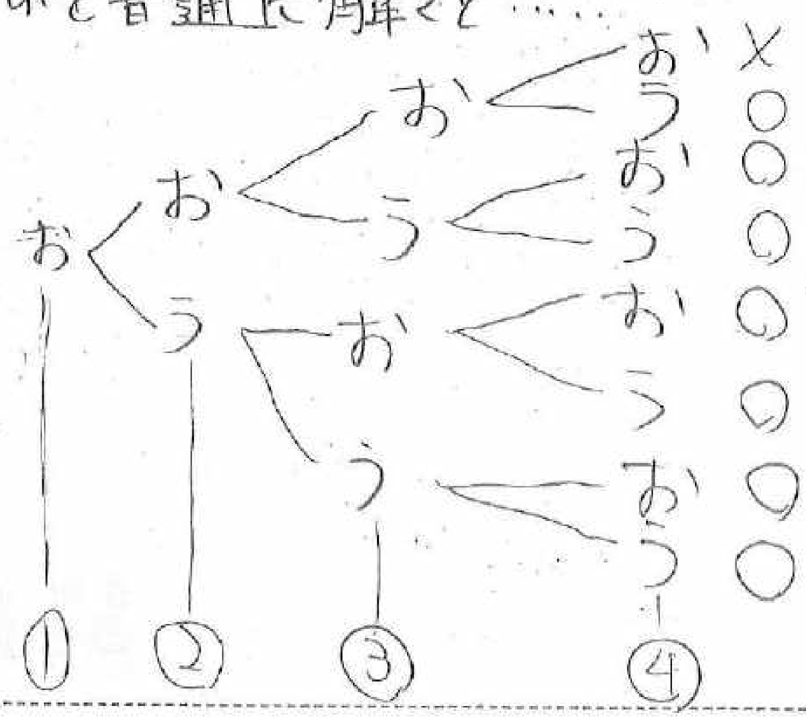
問題どおりにといたら難しくて、ちがう考え方でとくとすぐとける問題がある所に興味がわきました

レポートの内容

1 東京新書の中3の教科書のP.163の問題

Q. 4枚の硬貨を投げる時、少なくとも1枚は表の出る確立を求めなさい.

これを普通に解くと……



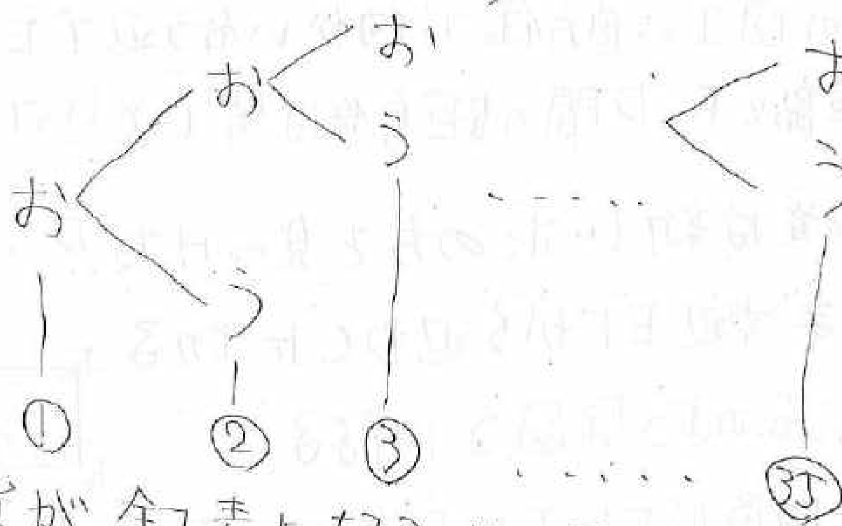
…となる

よって、

$\frac{7}{8}$になる

ぼくはここで考えた！答えを出そうとしている物が、
答えじゃないより多いと思えば答えを出そうとしてない
物を全体から引いた方が早いと思う！

さっきの問題ですると「少なくとも1枚は裏が出るということは、「表，表，表，表」にならないということ。
だから「$1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$」ここで、公式が作れる。
『答えが起こる確立＝1－答えが起こらない確立』
この公式は硬貨が多ければ多いほどいい。
例えば、硬貨が35枚の場合



硬貨が全て表になるのは1通りしかない。
全ての通りの数は

$$\underset{①}{1}\times\underset{②}{2}\times\underset{③}{2}\times\underset{④}{2}\cdots\cdots\times\underset{㉟}{2}=1\times2^{34}$$
$$=34359738368$$

ここで公式を使い

$$34359738368-1=34359738367$$

よって、$\dfrac{1}{34359738367}$ である!

この問題でわかったことは、問題を逆のことからしても早く解ける場合があるという事でした。苦労した事は、「2^{34}」を計算したことでした。

② 大日本図書の中3の教科書のP.152の問題

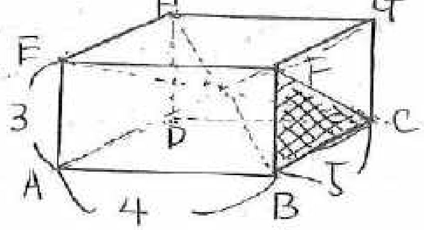


図1

Q.1, 上の図1の直方体で向かい合う辺でE,C間の距離とF,D間の距離値は等しいといってよいか?

ここで、僕は新しい求め方を見つけた!
それは、まず辺EFから辺DCに切る。
すると、右のような図2になる。

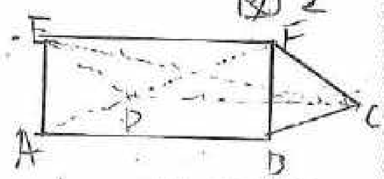


図2

図2で、四角形EDCFはEDとCF, EFとDCが平行なので、長方形である。だから長方形の対角線である。辺ECと辺FDは、同じ長さである。

よって、E,C間の距離値とF,D間の距離値は等しい。

Q2，前のページの図2で頂点F、D間の距離値を求めよ。

まず、EAが3だから、FBも3.

△FBCの斜辺は $3^2+5^2=x^2$ $x=\sqrt{34}$

$\sqrt{34}^2+4^2=y^2$ $y=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

よって、FD間の距離値は$5\sqrt{2}$である。

この問題で苦労した所は、問題では長方形の図しかでていなかったので新しく自分で作って考えた所でした。

③大日本図書の中3の教科書のP.175 ⑤の問題

Q，マッチ棒で正方形を作りそれを並べて長方形の形にする

(1) 正方形の個数がx個の時の必要なマッチ棒の本数をy本とする時、yはxとどのような関係だろうか？

まず、始めの正方形の辺は4本で次についていく正方形は3つで充分なので、しかも4は「3+1」だから、「y=3x+1」です。
この式は、1次関数である。だから、「y=3x+1」で1次関数である。
正方形では「y=3x+1」でこれを分かりやすくすると
「y=(辺の数−1)x+1」になる。だからこれは、何角形でも使える公式ということになる。

この問題で分かったことは、正方形を作る時でも何角形を作る時でも、始めにだした
「マッチの本数=(辺の数−1)×(n角形の個数)−1」を使えること。

円周率は本当に3.14になっているか

レポートのあらすじ・取り組み

多くの人がやっている課題では
おもしろくないので、すくなそう
なやつをしようと思い、これにした。

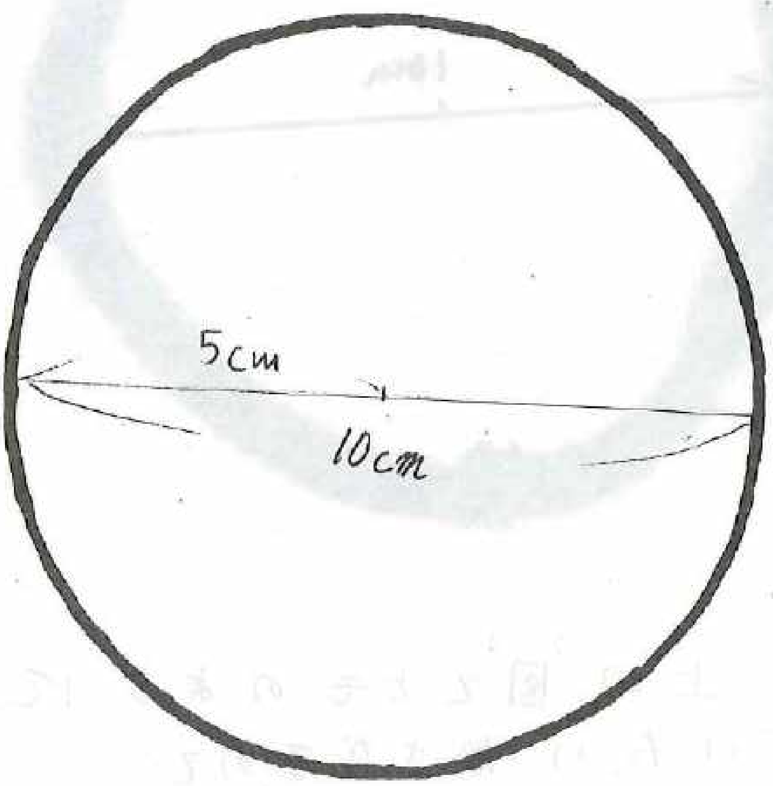
レポートの内容

円周率は本当に3.14になっているか

円周率とは？

円周の長さとその直径との比、
または円の面積と半径の平方との比。
近似値は3.14159
ギリシア文字でπ(パイ)と表す

円周率が3.14になっている事を、確かめるために、
下の図(直径10cm、半径5cm)の円で
2つの方法を使って
確かめたいと思う。

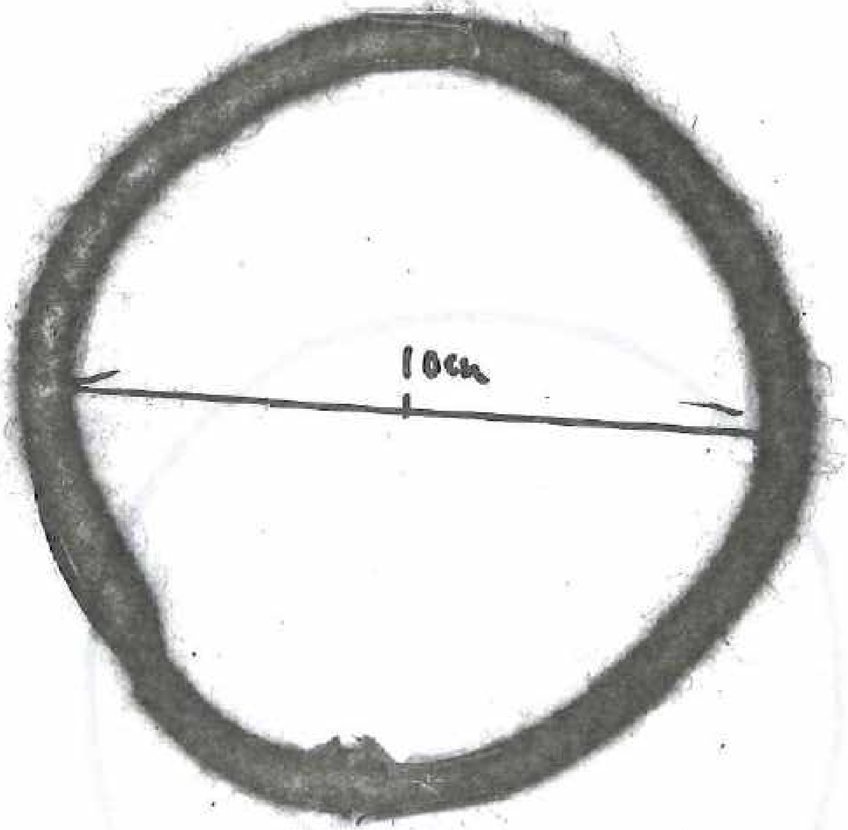


方法Ⅰ

方法

細い糸を 31.4 にきって

直径 10cm の円に かぶせる



結果

上の図とヒモのように
だいたいかさなるので
円周率は 3.14 でいいことが
わかった

方法Ⅱ

方法

最初に円の上にヒモを
ズラさずにおき、円からはずし
その長さをメジャーではかる。

31.4 ~ 31.5

結果

メジャーで計ると
31.4~31.5 だったので
やはり円周率は 3.14 でいいと
わかった

三目並べ

レポートのあらすじ・取り組み

休み時間などに3目並べをしていて必勝法を探してみたいと思って家庭教師の先生と考えました。

レポートの内容

3目並べの必勝パターンの研究

３目並べ

この３目並べという題目は自分で必勝法を探してみたいというのを考え、
それについて調べてレポートにしました。

［３目並べとは？］
五目並べを簡単にしたような物。＃とかいて、その隙間９カ所に順番に○、×をうめて、さきに縦横斜めの内どこかで３つ(１列)並べた方の勝ち。

まず、気がつくのは、ますが９つであるという事。順番にやるのだから、当然先攻が有利になってしまう。だから、先攻に必勝パターンがあるのかと思いました。

まず、升目に左上から１～９までの番号を打った。

たとえば、ためしとして、

先行なので右下(9)は○にする。

1	2	3
4	5	6
7	8	o

相手が５においたら、

O	2	X
4	x	6
7	8	o

○	2	×
4	×	6
○	8	○

となり、2-2となり勝つ場合と、

○	×	3
4	×	6
7	8	○

○	×	3
4	×	6
×	○	○

○	×	○
4	×	×
×	○	○

となり 2-2 のパターンが作れないので、引き分ける場合とがあります。
と、言うわけで、角に置くと次に中央に置かれない限り必ず２－２を作れる。
中央に置かれても、反対の角に置けば、ちょっとだけがんばれますが、相手次第では２－２にならない

あと、別に最初が角でなくても、先攻が２－２を作れるパターンは多い。
そのうえ、後攻が２－２を作れるパターンは極小である

ここからのプリントはいくつ勝ちパターンがあるかを調べました。

左端　たて3つに○をつかる場合（15通り）

○	○	3
○	○	6
○	8	9

○	○	3
○	5	6
○	○	9

○	○	○
○	5	6
○	8	9

○	○	3
○	5	○
○	8	9

○	○	3
○	5	6
○	8	○

○	2	3
○	○	6
○	○	9

○	2	○
○	○	6
○	8	9

○	2	3
○	○	○
○	8	9

○	2	3
○	○	6
○	8	○

○	2	○
○	○	6
○	8	9

○	2	3
○	5	○
○	○	9

○	2	3
○	5	6
○	○	○

○	2	○
○	5	○
○	8	9

○	2	○
○	5	6
○	8	○

○	2	3
○	5	○
○	8	○

2.真中たて　3つに○をつける場合

○	○	3
○	○	6
7	○	9

○	○	3
4	○	6
○	○	9

○	○	○
4	○	6
7	○	9

○	○	3
4	○	○
7	○	9

○	○	3
4	○	6
7	○	○

1	○	3
○	○	6
○	○	9

1	○	○
○	○	6
7	○	9

1	○	3
○	○	○
7	○	9

1	○	3
○	○	6
7	○	○

1	○	○
4	○	6
○	○	9

1	○	3
4	○	○
○	○	9

1	○	3
4	○	6
○	○	○

1	○	○
4	○	○
7	○	9

1	○	○
4	○	6
7	○	○

1	○	3
4	○	○
7	○	○

3.右端縦　3つに○をつける場合（15通り）

○	2	○
○	5	○
7	8	○

○	2	○
4	5	○
○	8	○

○	○	○
4	5	○
7	8	○

○	2	○
4	○	○
7	8	○

○	2	○
4	5	○
7	○	○

1	2	○
○	5	○
○	8	○

1	○	○
○	5	○
7	8	○

1	2	○
○	○	○
7	8	○

1	2	○
○	5	○
7	○	○

1	○	○
4	5	○
○	8	○

1	2	○
4	○	○
○	8	○

1	2	○
4	5	○
○	○	○

1	○	○
4	○	○
7	8	○

1	○	○
4	5	○
7	○	○

1	2	○
4	○	○
7	○	○

4.右下がり斜め3つに○をつける場合（10通り）

○	○	3
○	○	6
7	8	○

○	2	3
○	○	6
7	○	○

○	2	○
○	○	6
7	8	○

○	○	3
4	○	6
○	8	○

○	2	3
4	○	6
○	○	○

○	2	○
4	○	6
○	8	○

○	2	3
4	○	○
○	8	○

○	○	3
4	○	○
7	8	○

○	2	○
4	○	5
7	○	○

○	2	3
4	○	○
7	○	○

5.左下がり斜め 3つに丸をつける（7通り）

○	2	○
4	○	6
○	○	9

○	2	○
4	○	○
○	8	9

1	2	○
○	○	6
○	8	9

1	2	○
○	○	6
○	○	9

1	2	○
○	○	6
○	8	○

1	○	○
4	○	○
○	8	9

1	○	○
4	○	6
○	8	○

6.上段3つに丸をつける(10通り)

○	○	○

○	○	○

○	○	○

○	○	○

○	○	○

○	○	6
7	8	9

○	5	6
7	○	9

○	5	○
7	8	9

○	5	6
7	8	○

4	5	6
○	○	9

○	○	○
4	5	○
○	8	9

○	○	○
4	5	6
○	8	○

○	○	○
4	○	○
7	8	9

○	○	○
4	○	6
7	8	○

○	○	○
4	5	○
7	○	9

7.中段3つに丸をつける(9通り)

○	○	3
○	○	○
7	8	9

○	2	3
○	○	○
7	○	9

○	2	○
○	○	○
7	8	9

1	○	3
○	○	○
○	8	9

1	2	3
○	○	○
○	8	○

1	○	○
○	○	○
7	8	9

1	○	3
○	○	○
7	8	○

1	2	○
○	○	○
7	○	9

1	2	3
○	○	○
7	○	○

8.下段3つに丸をつける(10通り)

○	○	3
4	5	6
○	○	○

○	2	○
4	5	6
○	○	○

○	2	3
4	5	○
○	○	○

1	○	3
○	5	6
○	○	○

1	2	3
○	○	6
○	○	○

1	2	○
○	5	6
○	○	○

1	2	3
○	5	○
○	○	○

1	○	○
4	5	6
○	○	○

1	○	3
4	5	○
○	○	○

1	2	3
4	○	○
○	○	○

全部で101とおりあります。

上田 一摩の数学レポート!!!

レポートのあらすじ・取り組み

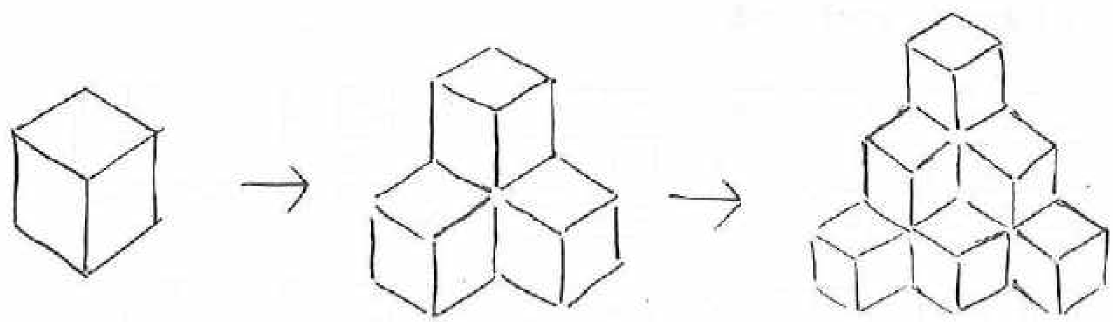
1 立方体を積む

2 トイレットペーパーの厚さ

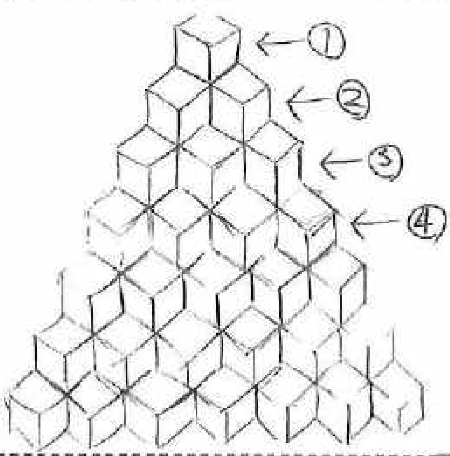
3 小人と巨人の胃袋

レポートの内容

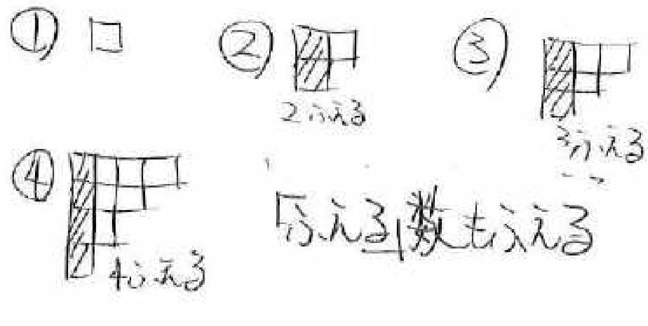
1



◎上の図のように立方体を段々に重ねていく
7段に重ねるには何個の立方体がいるだろう?



①〜④を上から見ると



ふえる数もふえる

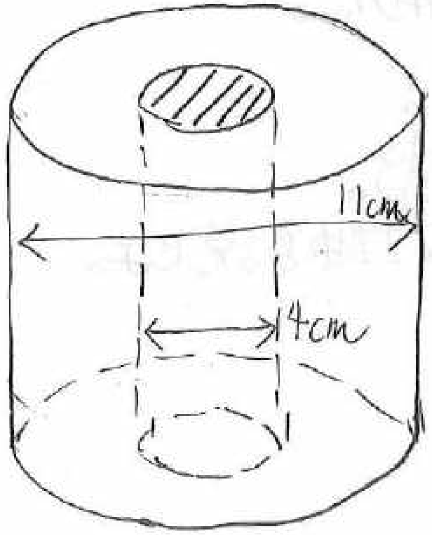
これをつかって1段目～7段目の立方体の数を求め、和を求める。

$$1+(1+2)+(1+2+3)+(1+2+3+4)$$
$$+(1+2+3+4+5)+(1+2+3+4+5+6)$$
$$+(1+2+3+4+5+6+7)$$
$$=1+3+6+10+15+21+28$$
$$=84$$

A 84個

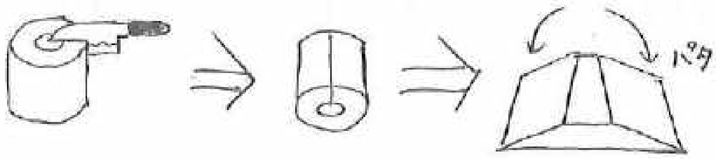
パッと見は複雑な立体だけど、バラバラにしたり規則を見つけると簡単になる。

図



このトイレットペーパー1枚の厚さを求めたい。
全体の直径11cm、ペーパーの芯の直径4cm、ペーパーの全長は65mである。
(答は、小数第3位まで)

ペーパーを切る



◎紙の枚数をxとすると

$$\frac{(12.56+34.54)x}{2}=6500$$

$23.55x=6500$

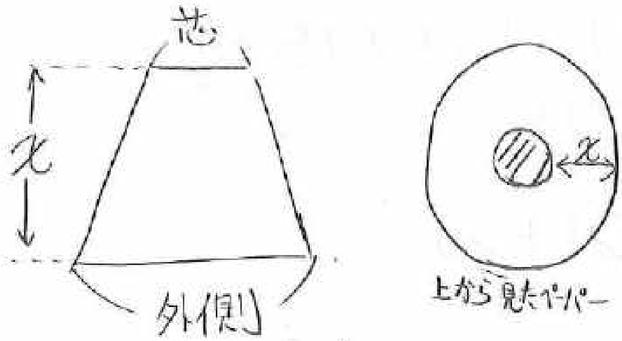
$x=$約276

$3.5\div276=0.126\cdots$

$0.126=$約0.13

A 0.13cm

できた台形を解析



上底 $=4\times3.14=12.56$cm
下底 $=11\times3.14=34.54$cm
高さ $=\frac{(11-4)}{2}=3.5$cm

①と同じくバラバラにすることで解けた。

③ 小人の12倍の身長の巨人がいる。
この巨人は小人1728人分の食事をする。
なぜそんな大量の食量が必要か、理由を説せよ。

◎巨人の体積に着目

胃の大きさの比

$12\times12\times12:1\times1\times1$

$=1728:1$

A 胃1728倍なので食事も1728倍必要

単に長さ(一部)に捕らわれずに解くことが大切。

人間と数学

レポートのあらすじ・取り組み

世の中に役に立っている数学を6問

レポートの内容

本題

Ⅰ　単位分数の和で2/9を表してみる。

※単位分数…古代エジプトの分数で1/2,1/3,1/4,…の様に分子が1である分数のこと

例　3/4単位分数の和1/2+1/4の形で表せる

2／9＝1／□＋1／□　　□の中にぞれぞれ数字を入れる

1／9＋1／9　　　　　A、9,9

その他1/6＋1/1８、1/4５＋1/5等の答えも出た。

分かった事　２つの答えで1/6+1/18の1/18は1/9を1/2倍した分数、1/5+1/45の1/45は1/9を1/5倍した分数

1/9を1/2倍から1/10倍までためしてこの問題の答えとなったのは1/2倍の時と1/5倍の時だけだった。

Ⅱ　小数部分が限りなく続く分数を探す

例　1/3＝0.33333333333333333333333333333333333333333333333333333333…

1/7＝0.142857142857142857142857142857142857142857142857142857142…

考え　素数同士を割ってみる　ただし分子は１とする

分母(1～20までの素数)2,3,5,7,11,13,17,19,

1/1１=0.0909090909090909…　　1/1３=0.076923076923076923076…

1/1７=0.055823578823529411…　　1/1９=0.05263157894………

分かった事　２の倍数、５の倍数以外の素数で割るとうまくいった。(1～20)

Ⅲ　1/1３を小数にしたい時、循環小数になるか調べる

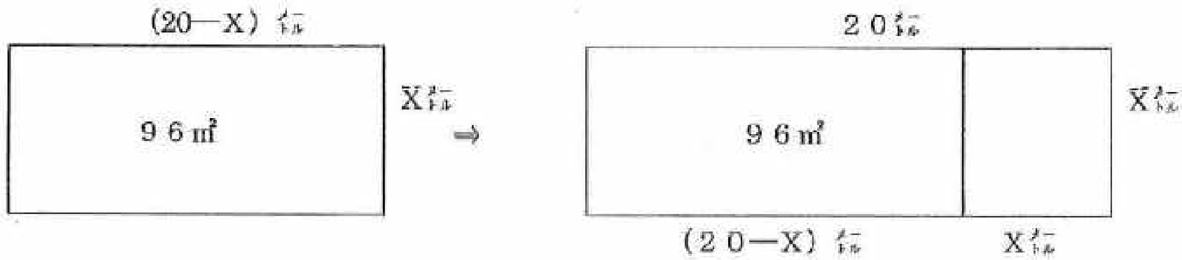
※循環小数…分数を小数で表すと小数部分が限りなく続いてもいくつかの数字が同じ順序で繰り返し現れる小数のこと

考え　Ⅱで解いたように1/1３が循環小数である

1/1３=0.076923／076923／076923／076923／076923／0769……

分かった事　1/7、1/1３、1/1１も循環小数であることが分かった。

Ⅳ　２辺の長さを縦X㍍、横(20—X)㍍とおいて２次方程式を解く

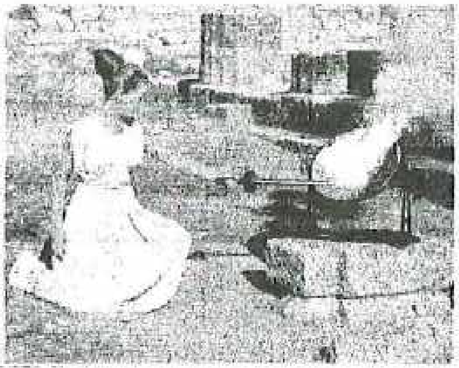


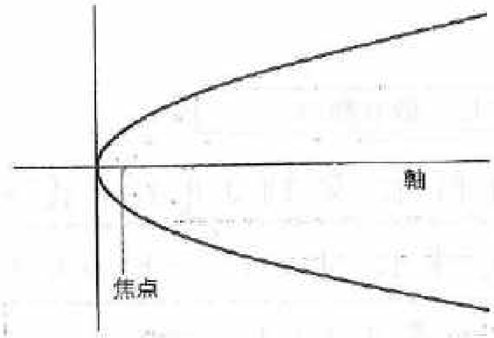
左の図を式にする⇒（２０—X）×X＝９６⇒２０X—（X×X）＝９６

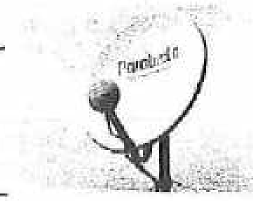
これを二次方程式にして解くとX＝８m,１２mとなる

分かった事　二次方程式はほとんどの答えが２つあることが分かった。

Ⅴ　下の図は何をしているところか



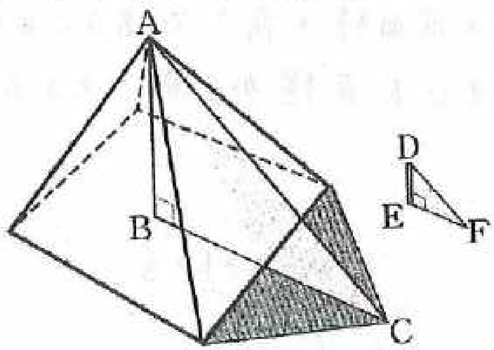




考え　放物線というものには,右上の図のように放物線の軸に平行な光などを反射して,軸上の１点に集まるという性質がある。この点を焦点という。この放物線に焦点があるという性質を利用して左上の図のように太陽の光を１点に集中させて火をつけているところということが分かった。

分かった事　家庭にあるパラボラアンテナ,懐中電灯などにも使用していることが分かった。

Ⅵ　下の図でピラミッドの高さ（辺ＡＢ）を求める方法を考える



考え　棒を立て太陽が真南に来た時、ピラミッドの底辺からピラミッドの影の先までの長さ(辺ＢＣ)っと棒の影の長さ(辺ＥＦ)を測る。棒の長さと影の棒の先を結んだ三角形とおく。ピラミッドも同じようにピラミッドの高さとピラミッドの底面の中心からピラミッドの影の先を結んだ三角形とおく。これらの三角形は太陽の光の向きなので、それぞれの辺の長さの割合が等しい。そして下の図をもとに相似を使いピラミッドの高さを求めるには、

ピラミッドの高さ;ピラミッドの底面の中心から影までの長さ＝辺ＡＢ;辺ＢＣ
＝棒の長さ;棒の影の長さ＝辺ＤＥ;辺ＥＦをすればいい

分かった事　これは約２６００年前のギリシャのタレスという人によって測られました。この時代から相似があったとはギリシャの人たちはかしこいと思った。

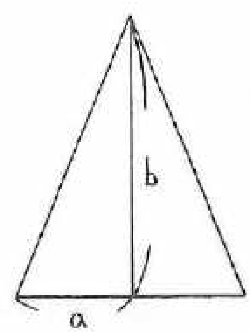
円すいの体積を求める

レポートのあらすじ・取り組み

円すいを円柱に分割させて、式を求めたり
公式を解く事によって、どういう発見をした
かをレポートに書きました。

レポートの内容

円すいの体積は $\frac{1}{3}$ × 底面積 × 高さであることは誰もが知っている。
下の図のように、円すいを真横から見て考えることにする。

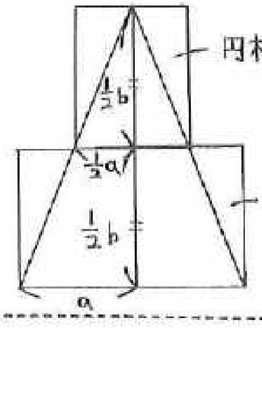


$$a \times a \times \pi \times b \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3}\pi a^2 b$$

演習1　下の図を参考にして、高さを3等分・4等分・5等分・6等分の長方形をかいていこう！

(例) 2等分したとき



$$\frac{1}{2}a \times \frac{1}{2}a \times \pi \times \frac{1}{2}b + a \times a \times \pi \times \frac{1}{2}b$$

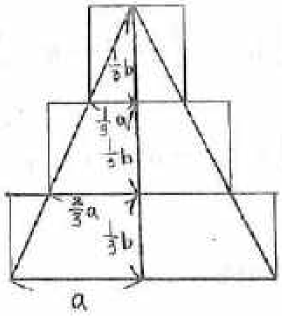
$$= \left(\frac{1}{4}+1\right) \times \frac{1}{2}\pi a^2 b$$

$$= \left(\frac{1}{4}+\frac{4}{4}\right) \times \frac{1}{2}\pi a^2 b$$

$$= \frac{1+4}{4} \times \frac{1}{2}\pi a^2 b$$

$$= 0.625\pi a^2 b$$

◎ 3等分したとき



$$\frac{1}{3}a\times\frac{1}{3}a\times\pi\times\frac{1}{3}b+\frac{2}{3}a\times\frac{2}{3}a\times\pi\times\frac{1}{3}b+a\times a\times\pi\times\frac{1}{3}b$$

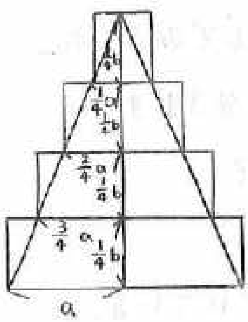
$$=\left(\frac{1}{9}+\frac{4}{9}+1\right)\times\frac{1}{3}\pi a^2b$$

$$=\left(\frac{1}{9}+\frac{4}{9}+\frac{9}{9}\right)\times\frac{1}{3}\pi a^2b$$

$$=\left(\frac{1+4+9}{9}\right)\times\frac{1}{3}\pi a^2b$$

$$=0.518\pi a^2b$$

◎ 4等分したとき



$$\frac{1}{4}a\times\frac{1}{4}a\times\pi\times\frac{1}{4}b+\frac{2}{4}a\times\frac{2}{4}a\times\pi\times\frac{1}{4}b+\frac{3}{4}a\times\frac{3}{4}a\times\pi\times\frac{1}{4}b$$

$$+a\times a\times\pi\times\frac{1}{4}b$$

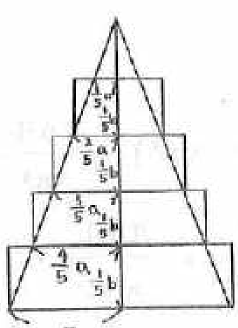
$$=\left(\frac{1}{16}+\frac{4}{16}+\frac{9}{16}+1\right)\times\frac{1}{4}\pi a^2b$$

$$=\left(\frac{1}{16}+\frac{4}{16}+\frac{9}{16}+\frac{16}{16}\right)\times\frac{1}{4}\pi a^2b$$

$$=\left(\frac{1+4+9+16}{16}\right)\times\frac{1}{4}\pi a^2b$$

$$=0.468\pi a^2b$$

◎ 5等分したとき



$$\frac{1}{5}a\times\frac{1}{5}a\times\pi\times\frac{1}{5}b+\frac{2}{5}a\times\frac{2}{5}a\times\pi\times\frac{1}{5}b+\frac{3}{5}a\times\frac{3}{5}a\times\pi\times\frac{1}{5}b$$

$$+\frac{4}{5}a\times\frac{4}{5}a\times\pi\times\frac{1}{5}b+a\times a\times\pi\times\frac{1}{5}b$$

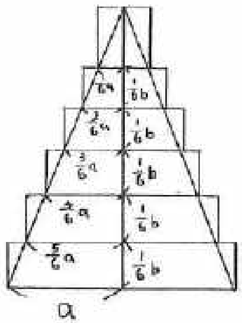
$$=\left(\frac{1}{25}+\frac{4}{25}+\frac{9}{25}+\frac{16}{25}+1\right)\times\frac{1}{5}\pi a^2b$$

$$=\left(\frac{1}{25}+\frac{4}{25}+\frac{9}{25}+\frac{16}{25}+\frac{25}{25}\right)\times\frac{1}{5}\pi a^2b$$

$$=\left(\frac{1+4+9+16+25}{25}\right)\times\frac{1}{5}\pi a^2b$$

$$=0.44\pi a^2b$$

◎ 6等分したとき



$$\frac{1}{6}a\times\frac{1}{6}a\times\pi\times\frac{1}{6}b+\frac{2}{6}a\times\frac{2}{6}a\times\pi\times\frac{1}{6}b+\frac{3}{6}a\times\frac{3}{6}a\times\pi\times\frac{1}{6}b$$

$$+\frac{4}{6}a\times\frac{4}{6}a\times\pi\times\frac{1}{6}b+\frac{5}{6}a\times\frac{5}{6}a\times\pi\times\frac{1}{6}b+a\times a\times\pi\times\frac{1}{6}b$$

$$=\left(\frac{1}{36}+\frac{4}{36}+\frac{9}{36}+\frac{16}{36}+\frac{25}{36}+1\right)\times\frac{1}{6}\pi a^2b$$

$$=\left(\frac{1+4+9+16+25+36}{36}\right)\times\frac{1}{6}\pi a^2b$$

$$=0.421\pi a^2b$$

$\boxed{\text{演習2}}$ 以上のようにして、円すいを円柱に分割してみました。円柱の体積の和と円すいの体積は分割する個数が大きいほど、どうなっていますか？

（解答）　細かく分割するほど、円すいに近づいている。

$\boxed{\text{演習3}}$ それなら100等分、1000等分、10000等分 ‥‥ したときの円柱の体積を求めてみたい。しかし、計算が大変そう！だからn等分した円柱の体積の和の公式を作ってみよう。

n等分

$$\frac{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}{n^2}\times\frac{\pi a^2b}{n}=(1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2)\times\frac{\pi a^2b}{n^3}$$

$$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\times\frac{\pi a^2b}{n^3\,n^2}$$

$$=\frac{(n+1)(2n+1)\pi a^2b}{6n^2}$$

◎ 公式が出来上がったので計算してみよう

円柱の分割数	分割したときの円柱の体積の和
10	$0.385000000000000000000\ \pi a^2 b$
100	$0.338350000000000000000\ \pi a^2 b$
1000	$0.333833500000000000000\ \pi a^2 b$
10000	$0.333383335000000000000\ \pi a^2 b$
100000	$0.333338333350000000000\ \pi a^2 b$
1000000	$0.333333833333500000000\ \pi a^2 b$
10000000	$0.333333383333333500000\ \pi a^2 b$
100000000	$0.333333338333333335000\ \pi a^2 b$
1000000000	$0.333333333833333333350\ \pi a^2 b$
1000000000000	$0.333333333333833333333\ \pi a^2 b$

演習４

たとえば理想ですが円すいを無限個の円柱に分割したとき、円柱の体積の和はどんな式になると思いますか？

$$\underbrace{0.3333\cdots\cdots}_{\text{無限個の3}}\ \pi a^2 b = \frac{1}{3}\pi a^2 b$$

結論

円すいの体積は、無限個の円柱に分割して、足せばなる。

1cm四方の正方形の中に無限の長さを持つ曲線を書く。

レポートのあらすじ・取り組み

無限の問題について中学生でも解けるという事が良かったです。

レポートの内容

1cm四方の正方形に無限の長さの曲線を書くことができるか？

例えば、直径1cmの円を書いていけるかと思った。

だけどよく考えてみたら式が $1\times\pi+0.9\times\pi+0.9^2\times\pi\cdots=(1+0.9+0.9^2+0.9^3+\cdots)\times\pi$ となり

カッコの中をよく見てみると

$1+0.9+0.9^2+0.9^3+0.9^4\cdots=1+0.9(1+0.9+0.9^2+0.9^3\cdots$

とおける〜部分をAとすると

$A=1+0.9+0.9^2+0.9^3\cdots\cdots$

$A=1+0.9\times A$ となる

移項して

$A-0.9\times A=1$

$0.1\times A=1$

$A=10$

$A\times\pi=$曲線の長さ

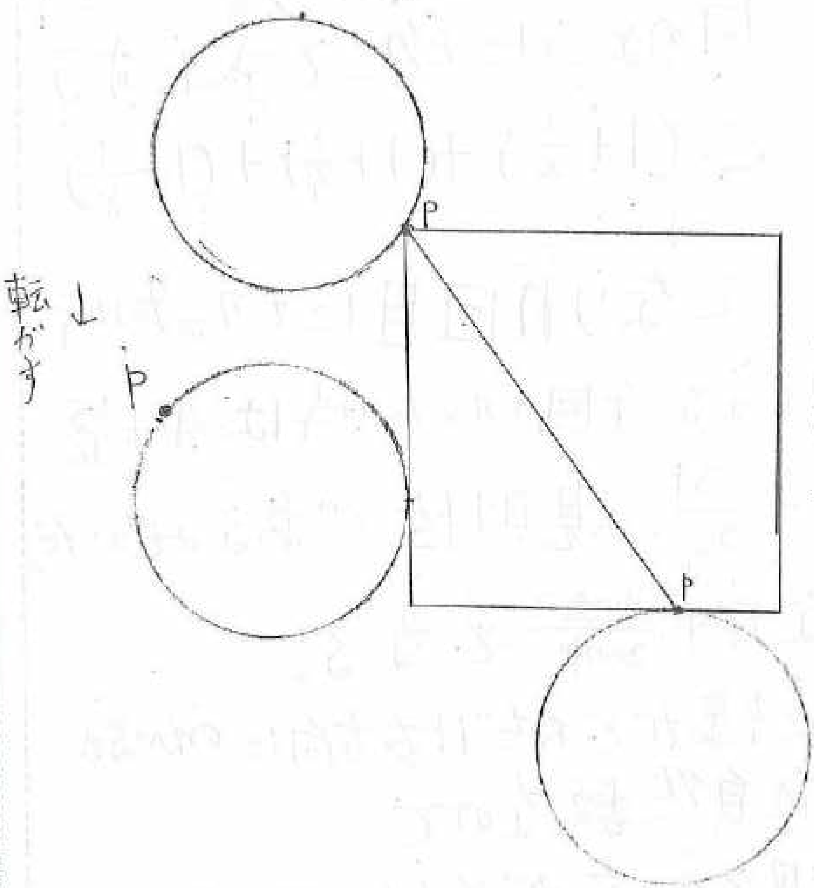
$10\times\pi=10\pi$ …無限ではない。

この書き方だと無限にならない事が分かった。

A-40

1cm四方の正方形と直径0.5cmの円を用意します。

図のように円のある一定に印をつけて点Pとします。

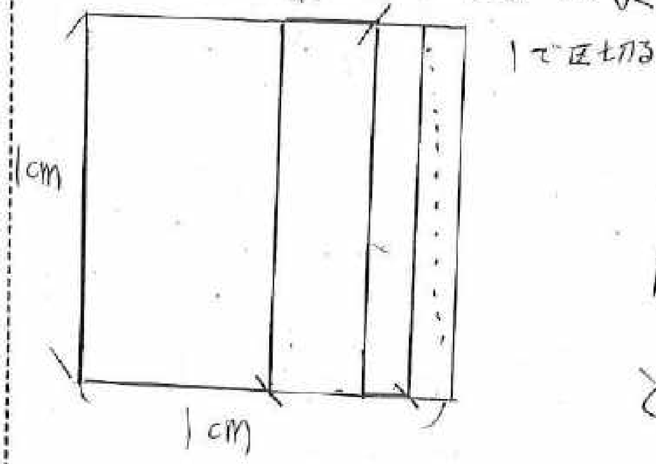


そしてその円を転がして再びPと正方形と接した所にPをつけていきます。円の円周は$\frac{\pi}{2}$で無理数なので、Pは重なる事はない。

つまり、Pを結んでいけば、無限の長さになる。というような考え方があります。

途中で出てきた無理数というのは有理のように整数同士のわり算を記号として表したり　小数で表すと、割りきれるか、決まったパターンがくりかえさしない数です。つまり無限に続く小数のうち同じ数のパターンが決して現れることのない数だということです。

三つ目の例は図のように $\frac{1}{2}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{8}$ というよ



うにのこりの辺の長さの $\frac{1}{2}$ の所で曲がる線です。
図のように切って式にすると $(1+\frac{1}{2})+(1+\frac{1}{4})+(1+\frac{1}{8})+\cdots$

となりn回目にきった時の長さは1+($\frac{1}{2}$のn乗)となる 4回切った時は $4+\frac{15}{16}$
5回目までの長さは $5+\frac{31}{32}$ 規則性があるみたいだ。
n回目までの長さは $n+\frac{2のn乗-1}{2のn乗}$ となる。
この式の $\frac{2のn乗-1}{2のn乗}$ の部分は線がどれだけ右方向にのびるかということになります。nは自然数なので
$1<2^n$ $-1<2^n$ 分母と分子がともに正の数で分子と分母より小さいので $0<\frac{2^n-1}{2^n}<1$ つまりnが1でも100でも無限でも右辺にぶつからないという事です。
たての長さは $1<1+(\frac{1}{2})^n$ なので毎回1cmより大きい長さづつのびていくことになります。
よって曲線は無限となり……
1cm四方の正方形に無限の長さの曲線は書けるということが分かりました。参考 数学にときめく 講談社

大阪ガスの料金表，グラフ

レポートのあらすじ・取り組み

まず，料金表の基本料金や使用料による料金の変化などをしらべて，表とグラフにまとめました。

レポートの内容

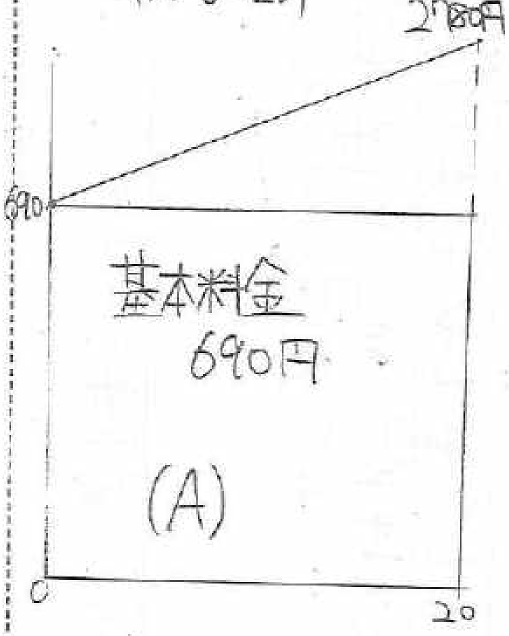
料金表	使用料	基本料金
A	$0m^3$〜$20m^3$	690円
B	$20m^3$〜$50m^3$	1100円
C	$50m^3$〜$200m^3$	1320
D	$200m^3$〜$500m^3$	3000円
E	$500m^3$を超える場合	6080円

単位円，($1m^3$当たり)

A	136円
B	115円
C	111円
D	102円
E	96円

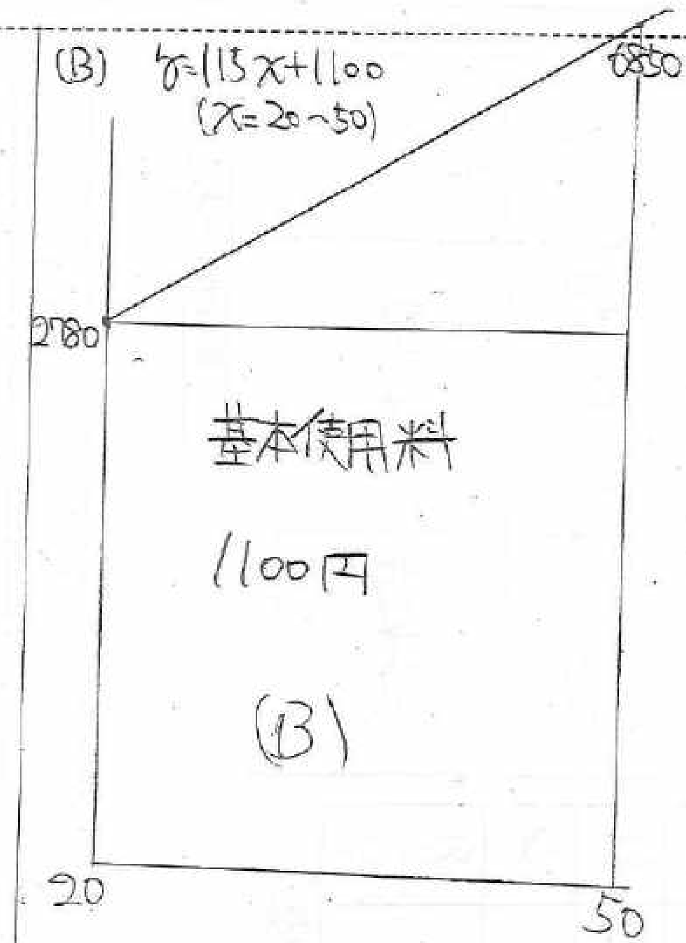
・この表からガス代は使用料がふえれば$1m^3$当たりが安くなり少なければ高くなることがわかります。

(A) $y=136x+690$
($x=0\sim20$)



1m³使うごとに
136円 ふえる
(0~20)の間だけ

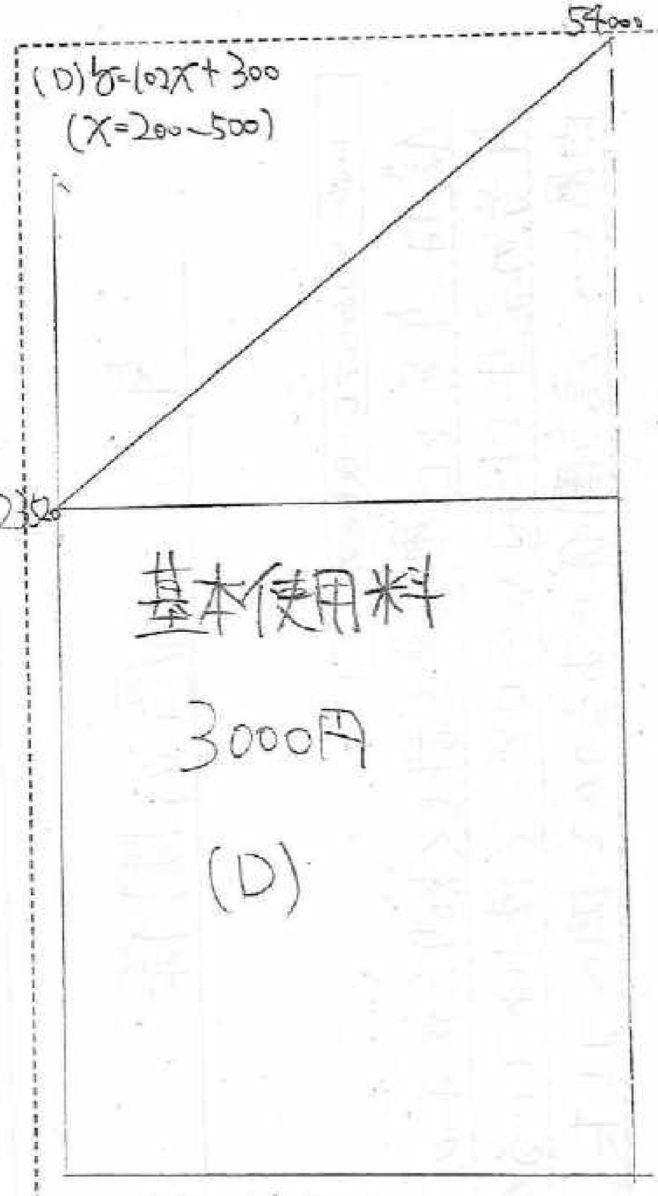
(B) $y=113x+1100$
($x=20\sim50$)



このグラフは(A)より
急になっている

(C) $y=111x+1320$
($x=50\sim200$)

このグラフは(B)より
急になっている



このグラフは(C)より
急になっている

このグラフは(D)より
急になっている

・このレポートにしてよかったと思いました。こんなに複雑な料金表をグラフに整理できたからです。
このグラフを作って学んだことは、どんなに複雑な式もグラフに整理できることです。

年号と西暦の関係

レポートのあらすじ・取り組み

僕は、年号と西暦の事を詳しく知りたかったので
年号の発生した国や今はどこで使われているかや
西暦とどう言う関係があるのかを調べました。

レポートの内容

1. 昭和や平成の事を年号と言います。
年号は中国で発生し、現在は日本でしか
使われていない年のかぞえ方です。
2. 年号は明治→大正→昭和→平成と
4つの記号にまたがっています。

年号と西暦の関係は下の表のようになっています。

① 明治	1867年＋明治の年数＝西暦の年数
② 大正	1911年＋大正の年数＝西暦の年数
③ 昭和	1925年＋昭和の年数＝西暦の年数
④ 平成	1988年＋平成の年数＝西暦の年数

これを使えばいろいろな事を調べる事ができます

例えば、

大正10年に生まれた人の現在の年令は何歳でしょう？

と言う問題が簡単に解くことができます。

〈解答〉

大正の公式は 1911＋○だから○に大正10年の10を代入します。

1911＋10＝1921 ⟶ 大正10年の西暦

現在は平成15年なので

1988＋15＝2003 ⟶ 現在の西暦

$$\underbrace{2003}_{\text{現在の西暦}} - \underbrace{1921}_{\text{大正の西暦}} = \underbrace{82}_{\text{この人の年歳}}$$

よって 大正10年に生まれた人の年令は

2003年現在 82歳と言えます。

このように簡単に計算ができます。

では問題をやってみます。

① 大正8年は西暦 $\boxed{}$ 年です。

1911+8=1919　　答え 1919

② 1982年は昭和 $\boxed{}$ 年です。

1982-1925=57　　答え57

③ 昭和23年に生まれた人は平成10年には何歳ですか？

1925+23=1945　1988+10=1998　1998-1945=53

答え 53歳

年号が中国から日本に伝わってきてそれがいまも利用されている事はとてもいい事だと思います。
日本の歴史や中国の歴史ともに長いですが、その歴史の間に年号というものが伝わってきたのはすごいと思います。
年号は、もっとたくさんありますが細かいところを入れるとたいへん多いので4つにしました。

他に、うるう年と言う年があります。

西暦年数が4で割り切れる年はうるう年ですが
100で割り切れて、400では割り切れない年
(例) 1700年、2100年は※平年と呼びます。

平年とは地球が太陽の周りを1周する時間が365日の時の呼び名です。しかし、正確には365日5時間48秒と約6時間のずれがあるので4年に一度、366日となりこの年をうるう年と呼びます。

感想：僕は、小さい頃からうるう年の事や西暦の歴史の事をよく理解していなかったのですが、今回のレポートをやってとってもよく分かりました。

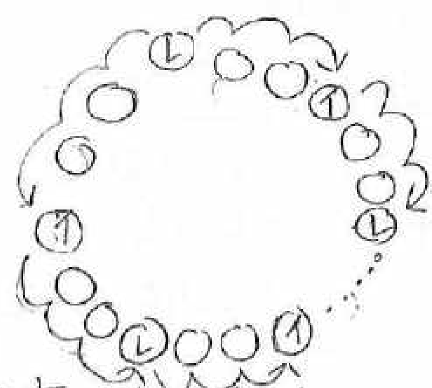
推測を必要とする問題に挑戦する

レポートのあらすじ・取り組み

推測を必要とする問題をいくつか問きました。
どちらも解答とはちがう問き方で問いてみました。
問題はどちらも「算数オリンピックに挑戦」という本から出題しています。

レポートの内容

問　今日はA君の誕生日である
A君の年齢の数になるように、赤、青、黄の3色のロウソクが輪のようにならんでいる
赤いロウソクは一本おきに立っており 1 2本おきにロクソクの色はは赤青赤青・・・とくり返すか、赤黄赤黄とくり返すかのどちらかになっている 2



レ→赤
イ→黄
ブ→青

①A君は今日、何歳になったか

②次に同じ規則でロウソクが並ぶのは何歳の誕生日か。

回答

図3

わからない

下線部[II]より、ロウソクは
赤口赤口赤口赤口赤口赤口赤口…

という並びになっている。

図3と[2]より　ロウソクは
赤口赤[青or黄]赤口赤[青or黄]赤口赤口赤[青or黄]赤口赤…

青もしくは黄

という並びになっている

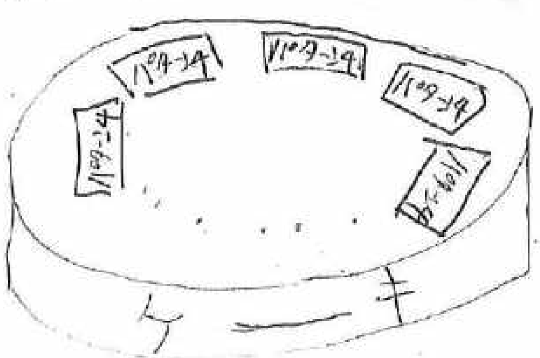
よって　[赤口赤[青黄]赤口]　という並びでロウソクが並んでいるということがわかる。

これをパターン4とする

つまりこのケーキの上に並んでいるロウソクは
パターン4の六本のロウソクの組み合わせがいくつかあり、

[赤口赤[青黄]赤口]　[赤口赤[青黄]赤口]　[赤口赤[青黄]赤口]　……

それを輪にしたものである



このパターン4が一つだと6歳、問題には7歳以上12歳以下という条件があるので、6歳ではない。
パターン4が2つだと $\boxed{パターン4} \times 2$ なので 6歳 $\times 2 = 12$ 歳
これでA君は12歳ということがわかる。(12歳以下という条件なので、それ以上はない。)

答① 12歳

そして次にこのならびになるということは、$\boxed{パターン4}$ が1つふえたということなので、12歳+6歳=18歳
つまり次にロウソクがこのならびになるのは18歳のときである

答② 18歳

問
A、B、C、Dの五人がテストの点数の順位で勝負することになった。
X君は1位がC、2位がE、3位がA、4位がB、5位がDと予想した。
しかしX君の予想は見事にはずれ、5人の順位があたらなかっただけでなく、一位違いの人もいなかった。$\boxed{1}$
一方、Yの予想はある一人の順位があたった。
五人の順位を答えなさい。

回答

下線部四について。
まずここでいう一位違いというのはXに3位と予想されたA君は2位と3位と4位ではないという意味である。

問題より

	X君の予想		Y君の予想
A →	3位	→ 1位か5位	1位
B →	4位	→ 1位か2位	2位
C →	1位	→ 3位か4位か5位	5位
D →	5位	→ 1位か2位か3位	4位
E →	2位	→ 4位か5位	3位

↑ どれか一つが当たっている

		Y君の予想
A	1位か5位	1位
B	1位か2位	2位
C	3位か4位か5位	5位
D	1位か2位か3位	4位
E	4位か5位	3位

ということがわかる

Aを1位だとすると、Bは2位だということになるが、これではY君の予想が2つ当たっていることになってしまう。
なのでAは5位であるということがわかる。
Aが5位と決まったことたより、Eが4位だと
いうことがわかる。
Aが5位と決まったことにより、Eが4位だと
だということがわかる。

		Y君の予想
A	5位	1位
B.	1位か2位	2位
C	3位か4位	5位
D	1位か2位か3位	4位
E	4位	3位

さらにEが4位なので、Cが3位だということがわかる。
Y君の予想はどれか一つ当たっている。
ACDEはY君の予想した順位ではないが、
Bは1部予想が当たっている。
よって
- Y君の予想はどれか一つ当たっている。
- Y君の予想した順位はACDEの正しい順位と完全にはずれている。
- B君の順は1位か2位であるが、そのうちの一つが当たっている可能性がある。

この3つにより Bは2位だということがわかる。

A	5位
B	2位
C	3位
D	1位か2位
E	4位

B位が2位だということがわかったので

これにより

Dが1位だということがわかる。

A	5位
B	2位
C	3位
D	1位
E	4位

答え Aが5位 Bが2位 Cが3位 Dが1位 Eが4位

まとめ

問いた2問はどちらも推測りを必要とする問題である。
1問目は6本のロウソクの組合せにパターンがあることに気づかなければ答えはでない。
2問目においては数字にたよるところがなく、
数学の問題なのに式をかかない。
こういう問題も数学なのだろうかと不思議に感じた。
数学という言葉はとても広い意味があるのだなと感じた。

年令の公式

レポートのあらすじ・取り組み

僕がこのテーマを調べるのに小学校の頃に通っていた塾で使っていた「予習シリーズ」を参考にしました。全てを見通した後一番興味を持ってレポートにまとめました。年令を出す式と西暦を調べる式と曜日の計算の仕方を書きました。

レポートの内容

☆年令の公式

◎明治は西暦1868年に始まりました。
なので明治x年は西暦に直すと
$1868+x-1$となります。
例えば明治8年は$1868+8-1$に1875年になります。

◎大正は西暦1912年に始まりました。
なので大正x年は西暦に直すと
$1912+x-1$となります。
例えば大正5年は$1912+5-1=1916$年になります。
もしも大正がなく明治が続いていたら1920年は明治53年になっています。

◎昭和は西暦1926年に始まりました。
なので昭和x年は西暦に直すと
$1926+x-1$となります。
例えば昭和48年は$1926+48-1$に1973年になります。

もしも昭和大正がなくて明治が続いていたら1985年は
明治118年になっている。
◎平成は西暦1989年に始まりました。
なので平成x年は西暦に直すと
1989+x−1となります。
例えば平成5年は1989+5−1=1993年になります。
もしも明治がずっと続いていたら現在を出すには
現在−1868+1で出ます。
大正と昭和を出す場合は明治の1868を大正なら1912
昭和なら1926でできます。
平成x年生まれの人は現在−(x+1989−1)で何才かわかります。
◎現在は2003年なので明治元年生まれの人は134才になっている
〃　大正元年生まれの人は92才になっている
〃　昭和元年生まれの人は77才になっている
〃　平成元年生まれの人は14才になっている

◈「−1」をする理由

例えば明治1年の場合
1868+1=1869になる。
これはおかしい。なぜなら1868年に始まったのなら1868年が
明治1年のはず。なので1869から−1をします。

◈うるう年

ふつう1年は365日ですが1年に6時間のずれができます。
ですので4年に1回だけ2月29日までとし、1年が366日
になります。これをうるう年といいます。
うるう年は西暦が4で割れる年です。
(例)
1988年、1992年、1996年、2000年… 次は2004年です。

☆曜日を調べる

何年か後の(または前の)曜日を調べる計算します。
このときうるう年に気をつけなければいけません。
例えば3月13日が木曜日とします。来年の3月13日は
「1年は365日あるので

$365 \div 7 = 52 \cdots 1$ より曜日は1日ずれるので金曜日になります。

↑

1日ずれる」

うるう年をはさむ場合

「$366 \div 7 = 52 \cdots 2$ より曜日は2日ずれるので土曜日になります。

↑

2日ずれる」

これより平年の場合1日ずれ、うるう年の場合は2日ずれる。

数学レポート

レポートのあらすじ・取り組み

普段の数学で一番よく見る自然数にある性質を2つ調べました。例も挙げながら説明が書いてあります。数には意外な性質があります。

レポートの内容

(課題1)

連続する4つの自然数の積に1を加えるとある自然数の平方数になる

(例)

$1,2,3,4 \longrightarrow 1\times2\times3\times4+1=25=5^2$

$6,7,8,9 \longrightarrow 6\times7\times8\times9+1=3025=55^2$

$9,10,11,12 \longrightarrow 9\times10\times11\times12+1=11881=109^2$

なぜそうなるのか？

小さい自然数をxとする

$$x(x+1)(x+2)(x+3)+1=(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1 \quad \cdots ①$$

$x^2+3x=A$とする。Aは自然数である

$$\begin{aligned}(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1 &= A(A+2)+1\\ &= A^2+2A+1\\ &= (A+1)^2 \quad \cdots ②\end{aligned}$$

②より連続する4つの自然数の積+1=Δ^2になることが証明された。

次に Δの部分の数字の規則は何か？

1枚目に書いた$(A+1)^2$を元に戻す

⇓

$(x^2+3x+1)^2$となる ⇒ $(x^2+3x+1)^2=\{x(x+3)+1\}^2$…③

③より4つの自然数の中で一番小さい数と一番大きい数の積に1を加えた数を2乗するということである

次の公式が成り立つ

連続する4つの自然数の積+1=$\{$一番小さい数×一番大きい数$+1\}^2$

(課題2)

2つの奇数をそれぞれ2乗する。2つの数の差の数字にはどういう条件があるのか？

2つの奇数を$2m+1$, $2n+1$とする($m>n$で、m,nは共に自然数)

$$
\begin{aligned}
(2m+1)^2-(2n+1)^2 &= (4m^2+4m+1)-(4n^2+4n+1)\\
&= 4m^2+4m+1-4n^2-4n-1\\
&= 4(m^2+m-n^2-n)
\end{aligned}
$$

m,nは共に自然数なのでm^2+m-n^2-nも自然数である。

よって $4(m^2+m-n^2-n)$は4の倍数であることを示している。

だが、本当に4の倍数と決めていいのだろうか？

m^2-m-n^2-nの性質を見つける。

m, nは共に自然数なので次のようなパターンが考えられる

m…偶数, n…偶数 ①
m…偶数, n…奇数 ②
m…奇数, n…偶数 ③
m…奇数, n…奇数 ④

mとnがどんな数の組み合わせかを大きく分けると①〜④になり、
そのうちどれかに当たる。

①〜④の場合をm^2+m-n^2-nに代入する。

すると、全ての場合でm^2+m-n^2-nは偶数になる。

別の言い方をするとm^2+m-n^2-nは偶数であることよりも深いことは分からない。

つまり、$4(m^2+m-n^2-n)$は4×偶数を表している。

したがって、8の倍数である。

∴ 2つの奇数の2乗の差は常に8の倍数になる

ガブリエルの原理と等脚台形

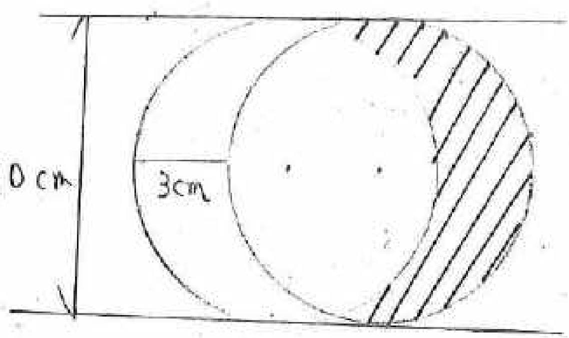
レポートのあらすじ・取り組み

僕は、円の一部分の面積を簡単に解くやりちと等脚台形をうまく使って角度を求めるやり方を調べました。

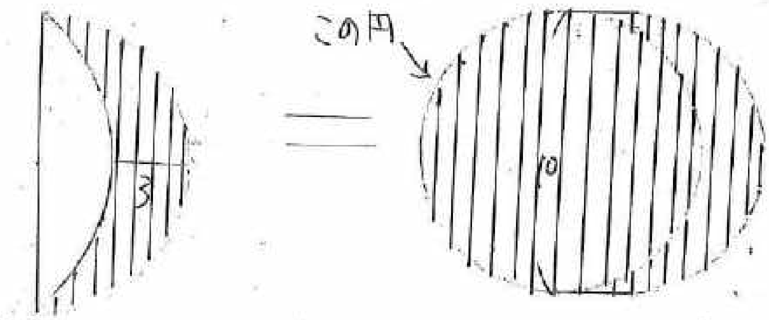
レポートの内容

問題1

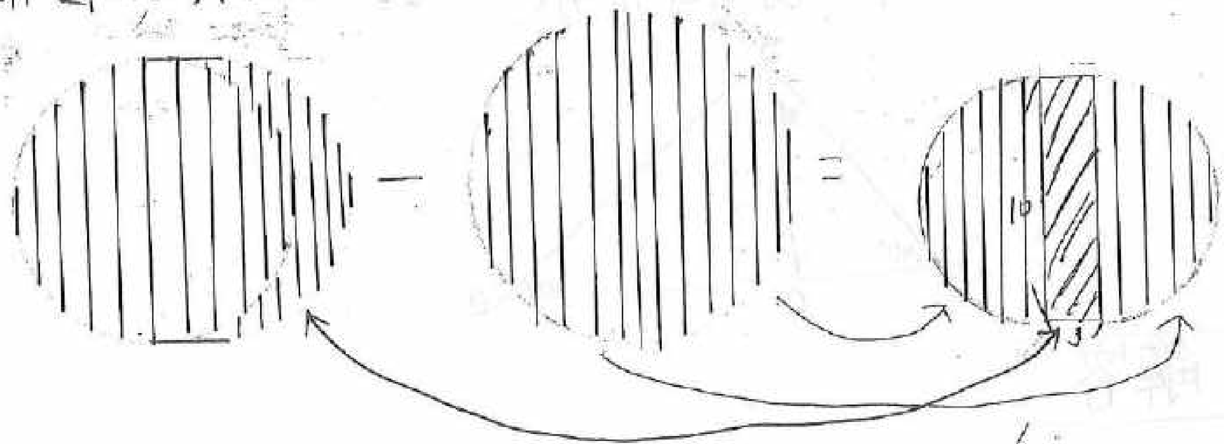
図の赤色の部分の面積を計算しましょう。



下の図の全体の図形の面積から、円の面積を引いたものが求めるもの



NO.1の下図のように2つに割ってから引いても同じなので長方形の面積が出る。

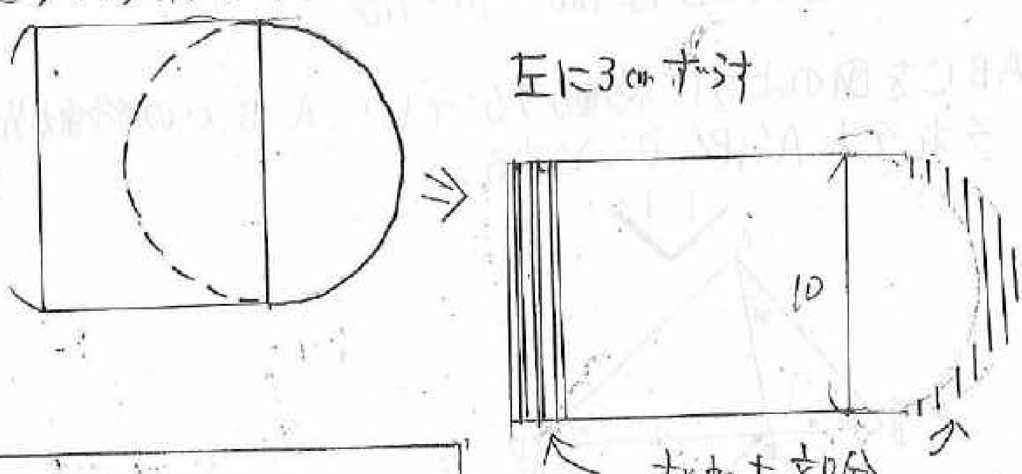


求める面積

A. 10×3=30cm²

別解

これをこういう形にする



結果

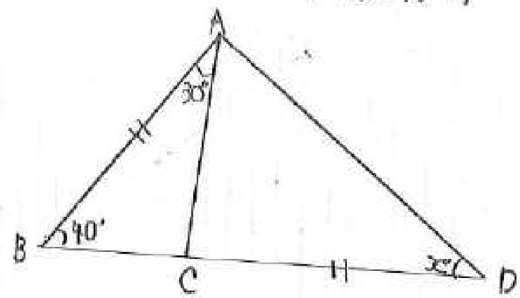
これで、面積を変えないで計算しやすい形にすることができる。右側にあった部分が、左側に移すことができた。この考え方を

⇓

「ガバリエルの原理」

問題2

∠xは何度か,



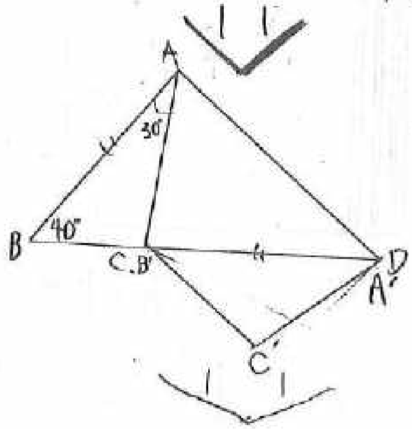
解答

△ABCで

$\angle ACB = 180° - 70° = 110°$ なので

$\angle ACD$ は $180° - 70° = 110°$

△ABCを図のように移動する. そして、A、B、Cの移動先をそれぞれA′、B′、C′、とする。



$\angle ACC' = \angle ACD + \angle A'B'C' = 70° + 40° = 110°$ — ①

$\angle A'C'B' = 110°$ — ②

①、②で $AC = A'C'$ になる

そうすると $AB'C'D$ は等脚台形になる.

∴ $AD \parallel B'C'$

錯角だから $\angle ADC = \angle C'B'A'$

よって $\angle ADC = 40°$

A. $\angle ADC = 40°$

慶應義塾大学の問題を解いて

レポートのあらすじ・取り組み

このレポートは、今まで自分では苦手だった
『場合の数』について書いてみました。
細かく表を書いてみると、理解することができました。

レポートの内容

問題1. A・B・C・Dの4人はグループで旅行に行き、旅館に宿泊することにした。「松」「竹」「梅」の3つの部屋を予約した。空き部屋を作ることなく部屋割りを考えると ① 通りある。またEが加わり5人でいくと部屋割りは ② 通りになる。

まず最初に空き部屋がある場合も含めて、部屋を決める場合の数
Aは「松」「竹」「梅」の3通り、B・C・Dも同様なので
$3 \times 3 \times 3 \times 3 =$「81通り」― ①

次にちょうど1部屋が空き部屋になるのは

松	竹	梅
○	○	
	○	○
○		○

・「梅の部屋が空く場合」

Aは2つの部屋を選べるので、2通り
B・C・Dも同様なので、

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$通り

これから全員が1部屋に入る2通りをひいて

$16 - 2 = 14$通り

左の図より

- 「梅の部屋」が空く場合
- 「松の部屋」が空く場合
- 「竹の部屋」が空く場合

の3通りがあるので

「$3 \times 14 = 42$通り」−②

・また、ちょうど2部屋空く場合は

松	竹	梅
○		
	○	
		○

2部屋が空くというのは、A・B・C・Dの全てが同じ部屋に入っているということなので

「3通り」−③

①、②、③より

$81 - 42 - 3 = 36$通り

よって $\boxed{①}$ は <u>36通り</u>

またA・B・C・D・Eの5人ならば同様を考えて

$$3^5 - 3(2^5 - 2) - 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 - 3(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 2) - 3$$
$$= 243 - 90 - 3$$
$$= 150\text{通り}$$

よって $\boxed{②}$ は <u>150通り</u>

問題2. 15人の生徒を収容している寄宿舎がある。健康のために毎日3人ずつ5組に分かれて散歩に行く。毎日同じ人と組んではおもしろくないので、1週間の間、誰もがどの友達とも1度は同じ組になるように下の表のような組み分け表を考えた。ただし生徒には0から14までの番号が付いているが○は表が汚れて読み取れない。またA・B・C・Dは異なる番号をあらわす。このときのA・B・C・Dの番号は

A = ① $\boxed{}$, B = ② $\boxed{}$, C = ③ $\boxed{}$, D = ④ $\boxed{}$

日 (0, 1, 4)(2, A, 14)(3, B, ○)(6, 7, 10)(8, C, 12)

月 (0, 2, ○)(1, 7, 14)(3, D, ○)(4, ○, 13)(5, 6, 9)

火 (0, 3, 14)(1, 8, D)(2, 9, ○)(4, 6, 12)(5, 7, 13)

水 (0, 13, ○)(1, ○, 11)(2, 7, ○)(3, 8, 13)(○, 9, 14)

木 (0, 7, 9)(1, 12, 13)(2, 3, ○)(4, 5, 8)(10, 11, 14)

金 (0, 6, ○)(1, 3, C)(2, 4, D)(5, 12, ○)(7, 8, ○)

土 (0, 11, 12)(1, 2, 5)(3, 4, ○)(○, 8, 14)(○, ○, A)

問題より空白についてまとめてみた。

日	A、B、C、O	5、9、11、13
月	D、O、O、O	8、10、11、12
火	D、O	10、11
水	B、O、O、O、O	4、5、6、10、12
木	O	6
金	C、D、O、O、O	9、10、11、13、14
土	A、O、O、O、O	6、7、9、10、13

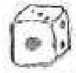
☆1日2人と組むので1週間では14人の生徒となるので2度組むことはない!!

◦まず日曜と土曜よりAは9 or 13と考えられる。
ここで日曜(2、A、14)、水曜(O、9、14)よりAが9だと同じ生徒が来ることになる。よって A=13

◦日曜と水曜より共通する数か5しかないので B=5

◦日曜と金曜よりCは9 or 11 or 13と考えられる。
ここでA=13なのでCは9 or 11となる。
水曜(1、O、11)、金曜(1、3、C)より、Cが11だと同じ生徒が来ることになる。よって C=9

◦月曜と火曜と金曜よりDは10 or 11と考えられる。
ここで火曜(1、8、D)水曜(1、O、11)よりDが11だと同じ生徒が来ることになる。よって D=10

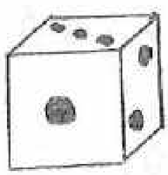
サイコロの出る目の確率

レポートのあらすじ・取り組み

確率に興味がわいた僕は、数学レポートにこのことを書くことに決めました。まず、500回サイコロを振り、その後もう500回振り、その結果をレポートにしました。

レポートの内容

まず僕の使ったサイコロの説明



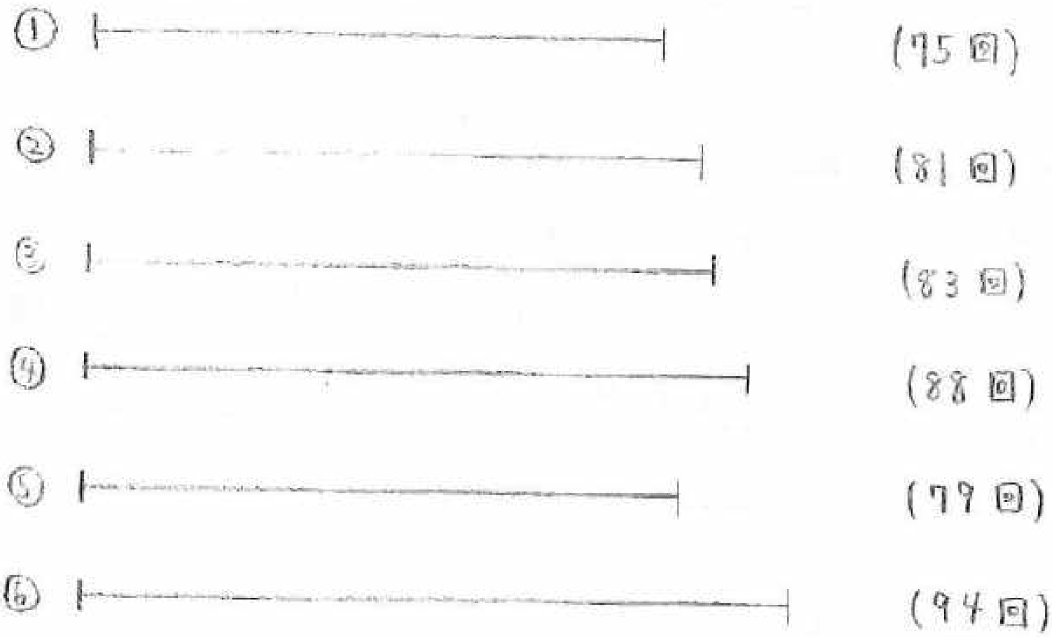
約2倍サイズ。

$\frac{1}{1}$サイズの体積は、縦×横×高さ $= 0.7 \times 0.7 \times 0.7$
$= 0.343\ cm^3$

1つの面積は、縦×横 $= 0.7 \times 0.7$
$= 0.49\ cm^2$

それぞれの面積が同じなので、
1が出る確率は $\frac{1}{6}$ になる。

本題。まずはサイコロを500回振る。



・$500 \div 6 = 83.333\cdots$
$\fallingdotseq 83$

計算上では約83回になる。
↓
しかし、ならなかった。

実験　出たサイコロの目の回数を2倍する。

① 150回

② 162回

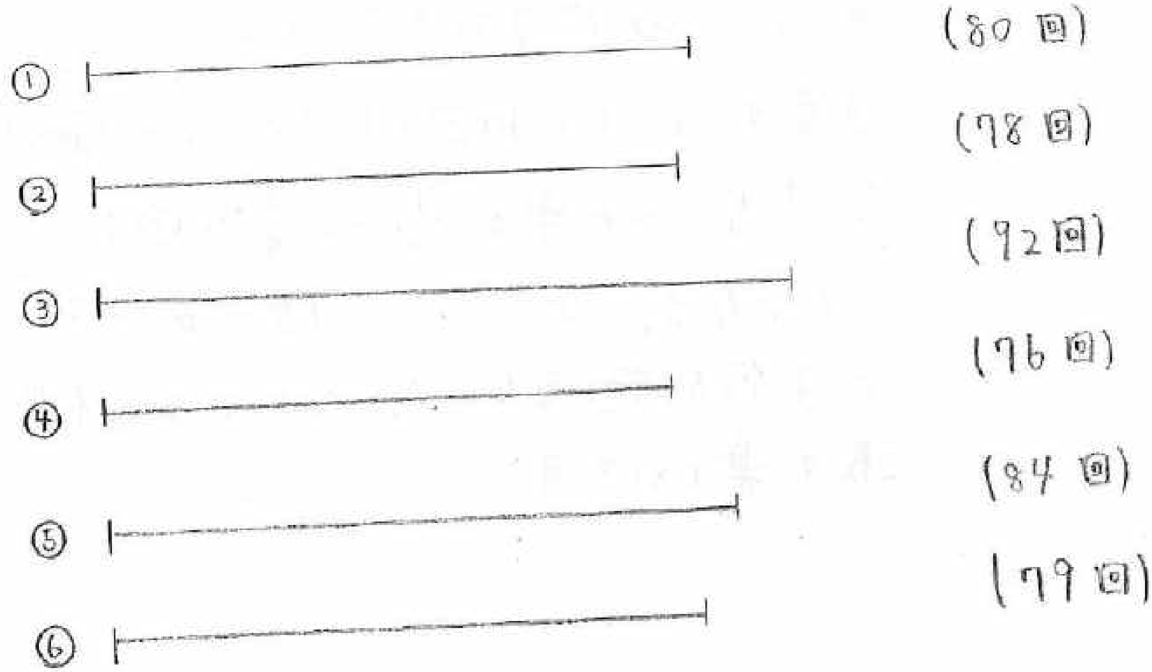
③ 166回

④ 176回

⑤ 158回

⑥ 184回　になると予想。

次に、もう500回サイコロを振る。



約83回にならなかった。

合計 ① 75＋80＝155

② 81＋78＝159

③ 83＋92＝175

④ 88＋76＝164

⑤ 79＋84＝163

⑥ 94＋79＝173

1000÷6＝166.666…

≒167

↓

しかし、ならなかった。

実験結果。

・1つとして計算通りにならなかった。

・1番多い回数と1番少ない回数の差は約20回

・分かったこと

・500÷6≒83 には1つだけなったが他はならなかった

・1000÷6≒166 には1つもならなかった。

感想……サイコロを1000回振ったのは疲れた。
連続で②が4回出た時はびっくりした。
計算すると、もし10回しかサイコロを振らなかったら、その中の$\frac{4}{10} \to \frac{2}{5}$は②だったことになる。このことから、確率の世界では何が起こるか分からないので、不思議で楽しいです。

円周率の実験

レポートのあらすじ・取り組み

僕は身の周りにある丸い物の円周率が本当に3.14になるのか本当にメジャーで計って調べました。後円周率の歴史を本で調べました。

・レポートの内容

・円周率の歴史

・資料①

「古代のどの文明でもなぜか円周と直径の比を円周率とする。円板をころがすのに由来したのだろう。その精度は数学の発達の指標とされており現代ではコンピューターで40億桁以上計算されておりプログラミングとコンピューターの能力となっている。」

・資料②

「1998年にはラマヌジャンが作った未証明の式を利用した計算値が何万桁も正しかったので公式がこれで証明できたと話題になった」

本で調べると上のようなことが書いてありました。これをふまえて、丸い物の円周率が3.14なのかをメジャーで円周と直径を計って計算しました。(式) 直径×$\boxed{円周率}$=円周

円周÷直径=円周率

・実験

お茶のカン

・円周＝2.42cm
＝242mm

直径＝7.6cm
＝76mm

$76 \times \boxed{} = 242$

$242 \div 76 = 3.18\cdots$

円周率＝3.18…

車のタイヤ

円周＝236cm
＝2360mm

直径＝74cm
＝740mm

$740 \times \boxed{} = 2360$

$2360 \div 740 = 3.18$

円周率＝3.18…

ガムテープ

円周＝36.6cm
＝366mm

直径＝11.6cm
＝116mm

$116 \times \boxed{} = 366$

$366 \div 116 = 3.15\cdots$

円周率＝3.15…

ヘッドクリーナー(コンピューター)

円周＝11.2cm
＝112mm

直径＝3.4cm
＝34mm

$34 \times \boxed{} = 112$

$112 \div 34 = 3.29$

円周率＝3.29…

植木鉢(大)

円周＝85cm
＝850mm

直径＝27cm
＝270mm

$270 \times \boxed{} = 850$

$850 \div 270 = 3.14$

円周率＝3.14…

植木鉢(小)

円周＝37.8cm
＝378mm

直径＝11.9cm
＝119mm

$119 \times \boxed{} = 378$

$378 \div 119 = 3.17$…

○実験をした感想

メジャーできっちり円周と直径をはかるのがむずかしかった。
またタイヤなどをはかる時はとてもむずかしかった。

○まとめ

円周率はだいたい3.14ということがわかった。
またきっちり円周と直径をはかってやれば円周率は
3.14になる。

数学の広場

レポートのあらすじ・取り組み

僕はインターネットで「数学の広場」という所に載っている「挑戦状」の問題を解きました。

レポートの内容

問題1

「2度ある事は3度ある」と「3度目の正直」についてどちらが正しいのか確率的に求める。

まず樹系図にしてみました。

ある＝あ　ない＝な

- あ
  - あ
    - あ－①
    - な－②
  - な
    - あ－③
    - な－④
- な
  - あ
    - あ－⑤
    - な－⑥
  - な
    - あ－⑦
    - な－⑧

結果

「2度ある事は3度ある」になるパターンは、①のパターンと、⑧のパターンの2通りです。全部で8通りあるので

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

「3度目の正直」になるパターンは②のパターンと⑦のパターンの2通りなので　$\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

よって「2度ある事は3度ある」と「3度目の正直」の起こる確率は、$\frac{1}{4}$と$\frac{1}{4}$なので同じだと分かりました。

感想

僕は今まで「2度ある事は3度ある」の二つのことわざを不思議に思っていました。何故意味の反対の言葉があるか分かりませんでした。けど問題をといて理由が分かりました。2つのことわざは、起こる確率が同じなんだからです。だから、どちらも正しいと言えないので、2つあると思いました。

次の問題も「挑戦状」の問題です。

最初に

「11、22、33……、1ケタの同じ整数を2つならべて2ケタの整数を作るとある素数で必ず割りり切れる」と、言うふうに問題を変えてみる。そうすると11で割りり切れる事が分かる。

次に

「7474のように、2ケタの同じ整数を2つならべて4ケタの整数を作ると、ある素数で必ず割りり切れる」と、言うふうに問題を変えてみる。1ケタのように考えると、$7474=7400+74=74\times100+74$となる。

素数を求める

2ケタの整数をxとする。$100x+x=x(100+1)=101x$となる。よって101は素数なので、7474の素数は101となる。

本題

3ケタの整数をxとする

$371371=371000+371=371\times1000+371$

$1000x+x$と表せる。

分配法則を用いると

$x(1000+1)=1001x$ となるから1001の倍数である。

1001の約数を確かめます。

1001は一の位が1なので約数の一の位は、1か3か7でしかないはずです。

$1001 \div 3 = 333 \cdots 2$ となり割りきれません。

$1001 \div 7 = 143$ となり割りきれました。

つまり143が1001の約数である事が分かりました。そして、143で371371を割ってみると2597とキレイに割りきれました。

次に一の位が3なので約数の一の位は1か3か7か9でしかないはずでした。

$143 \div 3 = 47 \cdots 2$ となり割りきれません

$143 \div 7 = 20 \cdots 3$ となり割りきれません

$143 \div 9 = 15 \cdots 8$ となり割りきれません。

つまり143は素数です。

感想

この問題を解いて一見難しくて解けない問題も、ちゃんと順番を立てて計算すると解けると実感しました。

算数マジック

平和

レポートのあらすじ・取り組み

インターネットを使って、千をこえるサイトを見て、その中で、厳選されたマジックだけをあつめました。

レポートの内容

もくじ

奇妙な数

自分が好きな1~9までの数
に9をかけて、その数に
12345679をかける
すると、自分が好きな数の
ゾロ目になる!!

ex) 自分が好きな数……5

$5 \times 9 = 45$

45×12345679
$= 555555555$

このマジックを文字式で表します

自分が好きな数…x

$9 \times x = 9x$

$9x \times 12345679$
$= 111111111x$

と、なるので自分が
好きな数のゾロ目になる。

9の倍数

1) 3以上の好きな数を紙に書く
2) かいた数の右に0をつける
3) 0をつけた数から始めに書いた数を引く
4) 3)でできた数の数字をすべてたす.
5) そうしてできた数は絶対に9の倍数になる.

ex)
1) 自分の好きな数……8552
2) 8552の右に0をつける……85520
3) $85520 - 8552 = 76968$
4) $7+6+9+6+8 = 36$
$9 \times 4 = 36$

このマジックを文字式で表します.

好きな数……$1000x + 100y + 10z + a$

$10(1000x + 100y + 10z + a)$

$10(1000x + 100y + 10z + a) - (1000x + 100y + 10z + a)$
$= 10000x + 1000y + 100z + 10a - 1000x - 100y - 10z - a$
$= 9000x + 900y + 90z + 9a$
$= 9(1000x + 100y + 10z + a)$

となるので.9の倍数になる。

$\sqrt{2}$を分数で表す

レポートのあらすじ・取り組み

$\sqrt{2}$は「永遠に割り切れない数」であることを知った。
では$\sqrt{2}$を分数で表すことはできるのか？
これを調べるために「分数で表すことのできる割り切れない数」の性質を調べることからはじめた。

レポートの内容

まずよく知られている割り切れない分数を例にあげて考えていきたい。

$\frac{1}{3}=0.333333\cdots\cdots$　$\frac{1}{7}=0.142857142857142857\cdots\cdots$

$\frac{1}{11}=0.090909\cdots\cdots$

この3つの特徴について考える。

$\frac{1}{3}$の場合　小数部分は3だらけ　つまり永遠に3がつづく

$\frac{1}{11}$の場合　整数部分の0の後 090909 というように0と9が交互に出てくる

$\frac{1}{7}$の場合　不規則に数字が並んでいるように見えるがよく見ると小数部分が「142857」を1セットとしてそれが永遠に続いている

このように「割り切れない分数」というのは規則的に並ぶ数字によってできていることがわかる。このような数を「循環小数」と呼ぶ

また循環小数は

$\frac{1}{3}=0.\dot{3}$　$\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$　$\frac{1}{11}=0.\dot{0}\dot{9}$

というふうに表わせる。

では 循環小数を分数で表すにはどうすればいいか？

$0.\dot{1}0\dot{8}$ というのを考えてみよう

$x = 0.\dot{1}0\dot{8}$ —① とおくと $1000x = 108.\dot{1}0\dot{8}$ —②

②－①

$999x = 108$　　$111x = 12$　　$37x = 4$　　$x = \frac{4}{37}$

このように循環小数は $\frac{整数}{整数}$ で表すことができると分かった。

$\frac{整数}{整数}$ で表すことのできる数のことを「有理数」という。

☆有理数の定義

$p, q\ (q \neq 0)$ が整数のとき $\frac{p}{q}$ と表すことのできる数を有理数という。

$$
有理数
\begin{cases}
整数でない有理数 \begin{cases} 有限小数 \\ 循環小数 \end{cases} \\
整数 \begin{cases} 正の整数(自然数) \\ 0 \\ 負の整数 \end{cases}
\end{cases}
$$

$\sqrt{2}$ がもし「分数で表すことのできる数」(有理数)だとすれば $\sqrt{2}$ が含まれる可能性のある場所は「循環小数」に限られる。

では「$\sqrt{2}$ は循環しているのか？」

$\sqrt{2} = 1.4142135623\,7\cdots\cdots$

これを見ると $\sqrt{2}$ は循環していないように見える。しかしここで簡単に $\sqrt{2}$ は循環小数(有理数)でないと決めつけてはいけない。なぜなら循環小数には100個以上の数字の列を1セットとして循環しているものもあるからだ。

ではどうしたら「分数で表せるのか？」という問いに答えれるのか

ここで有理数の定義を思い出してみると 有理数とは $\frac{p}{q}\ (q \neq 0)$ で表せるものである。

ということは もし $\sqrt{2}$ が循環小数(有理数)だとすれば

$\sqrt{2} = \frac{p}{q}\ (q \neq 0)$ とおけるのではないだろうか？

ここから「$\sqrt{2}$は有理数なのか?」というのを解決したいと思う.

$\sqrt{2}$を有理数と仮定する

仮定より $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ ($q \neq 0$　p, qは互いに素)

両辺を2乗

$2 = \frac{p^2}{q^2}$　　$2q^2 = p^2$ ― ①

①より p^2は偶数　2乗して偶数になるのは偶数だけ

よって $p = 2p'$ ― ②　とおける　　　だからPも偶数

②を①に代入する

$2q^2 = (2p')^2$

$2q^2 = 4p'^2$

$q^2 = 2p'^2$ ― ③

③より q^2は偶数 だからqも偶数

ここでp, qが互いに素だったはずなのに矛盾

よって$\sqrt{2}$は有理数でない.

これによって「$\sqrt{2}$は有理数でない」つまり「$\sqrt{2}$は循環小数でない」ことがわかった.

よって

「$\sqrt{2}$は分数で表すことができない」

$\sqrt{2}$のような数を「無理数」という.

「無理数」とは「循環しない無限小数」

ちなみに$\sqrt{3}$や$\sqrt{5}$, 円周率のπなども無理数である.

円周率は本当に3.14か？

レポートのあらすじ・取り組み

円周率が本当に3.14なのかを身の回りにある色々な円型の物を計り、円周率を求めて最後にそれらの平均を求め調べます。割り切れなかった時は四捨五入をして小数第2位まで求める。

レポートの内容

計った物	直径	円周	円周率
単一電池	約3.35cm	約10.5cm	3.13
単二電池	約2.25cm	約8 cm	3.15
一円玉	2 cm	約6.3cm	3.15
五円玉	約2.2cm	約6.9cm	3.14
十円玉	約2.3cm	約7.2cm	3.13
百円玉	約2.2cm	約7.2cm	3.14
五百円玉	約2.7cm	約8.5cm	3.15
スプレー缶A	約6cm	約19cm	3.16
スプレー缶B	約4.6cm	約14.5cm	3.15
スプレー缶C	約6.5cm	約20.5cm	3.15
缶	約6cm	約18.8cm	3.13
コースター	約10cm	約31.5cm	3.15
貯金箱	約7.6cm	約24cm	3.16

コップ	約7.2cm	約23cm	3.19
CD	約12cm	約38cm	3.17
クッキー缶	約19.2cm	約60cm	3.13
ボール	約9.2cm	約29cm	3.15
フィルムケーム	約3.1cm	約9.8cm	3.16
手かがみ	約7.8cm	約24.5cm	3.14
ホース	約3.3cm	約10.4cm	3.15

(3.13+3.15+3.15+3.14+3.13+3.14+3.15+3.16+3.15+3.15+3.13
+3.15+3.16+3.19+3.17+3.13+3.15+3.16+3.14+3.15)÷20
=3.149=3.15

結果は3.15になったがメジャーで計っただいたいの数字なのでキッチリ計ると3.14になると思う。このことから円周率は3.14に近いということがわかった。

携帯電話の通話時間と料金　(料金グラフ)

レポートのあらすじ・取り組み

各社の携帯料金のプランについて・・・。

レポートの内容

携帯電話のプラン式!

auのプラン式.　(パケット割りやガク割りはしていません)

コミコミコール　スーパー〔15分以上話す人に～〕1日

$y=13500+15x$ ⟶ かかる料金(払うお金) y

(600分まで)　x=時間(分)です

コミコミコール　ジャンボ〔10分くらい話す人に～〕〃

$y=9800+20x$ ⟶ 〃

x=時間(分)です

コミコミコール　L　〔5分くらい話す人に～〕〃

$y=5800+30x$ ⟶ 〃

x=時間(分)です

コミコミコール　S　〔1日1回しか話さない人に～〕〃

$y=3900+40x$ ⟶ 〃

x= 〃

auのつづき

〜〜〜アドバイス〜〜〜〜〜

コミコミコールスーパーを使う人は1ケ月に10時間以上話す人(9時間10分以上)が入るべき!!

もし10時間以上話してコミコミコールジャンボに入っていれば1100円多く払うことになります しかも10分につき50円多く払わせられます。

それが、10時間も話さずに8時間とかしか話していないのにスーパーに入っていればジャンボに入っていた人より2300円多く支払わされます

次はドコモです

ドコモのプラン式　割り引きはしていません

・おはなしプラス Big　(たっぷり話したい人用)

$y = 8800 + {}^{\bullet}25x$ → かかる料金(払う金額) y

25円は約である　xは時間(分)です

・おはなしプラス L　(毎日よく話う人用)

$y = 5200 + {}^{\bullet}28x$ → 〃 〃

28円は約である

・おはなしプラス M　(手軽に持っておきたい人用)

$y = 3800 + {}^{\bullet}30x$ → 〃 〃

30円は約である

・プランA　(ドコモの基本プラン)

$y = 4500 + {}^{\bullet}25x$ → 〃 〃

●→はドコモでは1日の通話料金を変えることができるなので平均を取って計算しています

Tu-ka のプラン式　(特別な割り引きはしていません)

・ツーカーV3　　(ツーカーの基本プラン)

$y = 1700 + 30x$ ⟶ かかる料金(払う金額) y

ツーカー同士なら($15x$) ⟶ 50% OFF〜!!

30円、$15x$は 土日と平日の料金がちがうから約になる

x=(分)である

・ツーカーV3スーパー　　(基本使用料が通話料!?)

$y = 5800 + 28x$ ⟶ 〃　〃

ツーカー同士 → ($14x$) ⟶ 50% OFF〜

xは時間(分)である

〃 ツーカーV3ロイヤル　　(沢山電話しても オトク)

$y = 10800 + 24x$ ⟶ 〃　〃

ツーカー同士 ⟶ ($12x$) ⟶ 〃

xは時間(分)です

・V3に入るには2000円かかります

ツーカーV3スーパー
ツーカーV3ロイヤル
} はスカイメッセージ・ez-web がてきます

スーパーは 5000円通話料無料

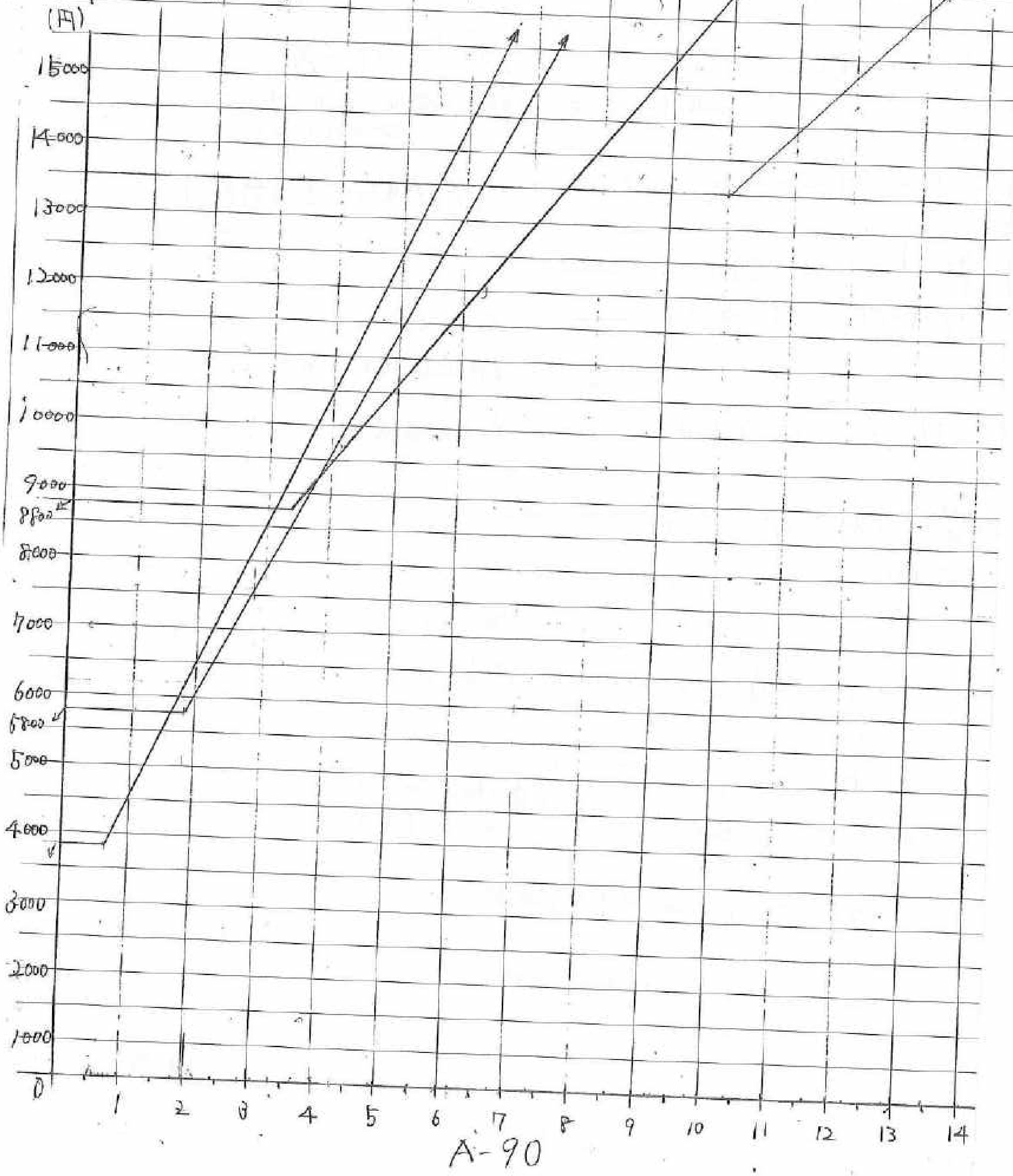
ロイヤルは 10000円通話料無料　です
(1万)

以上 終了

テーマ　携帯の通話時間と料金（料金表グラフ）

コミコミコールスーパー
〃 ジャンボ
〃 L
〃 S

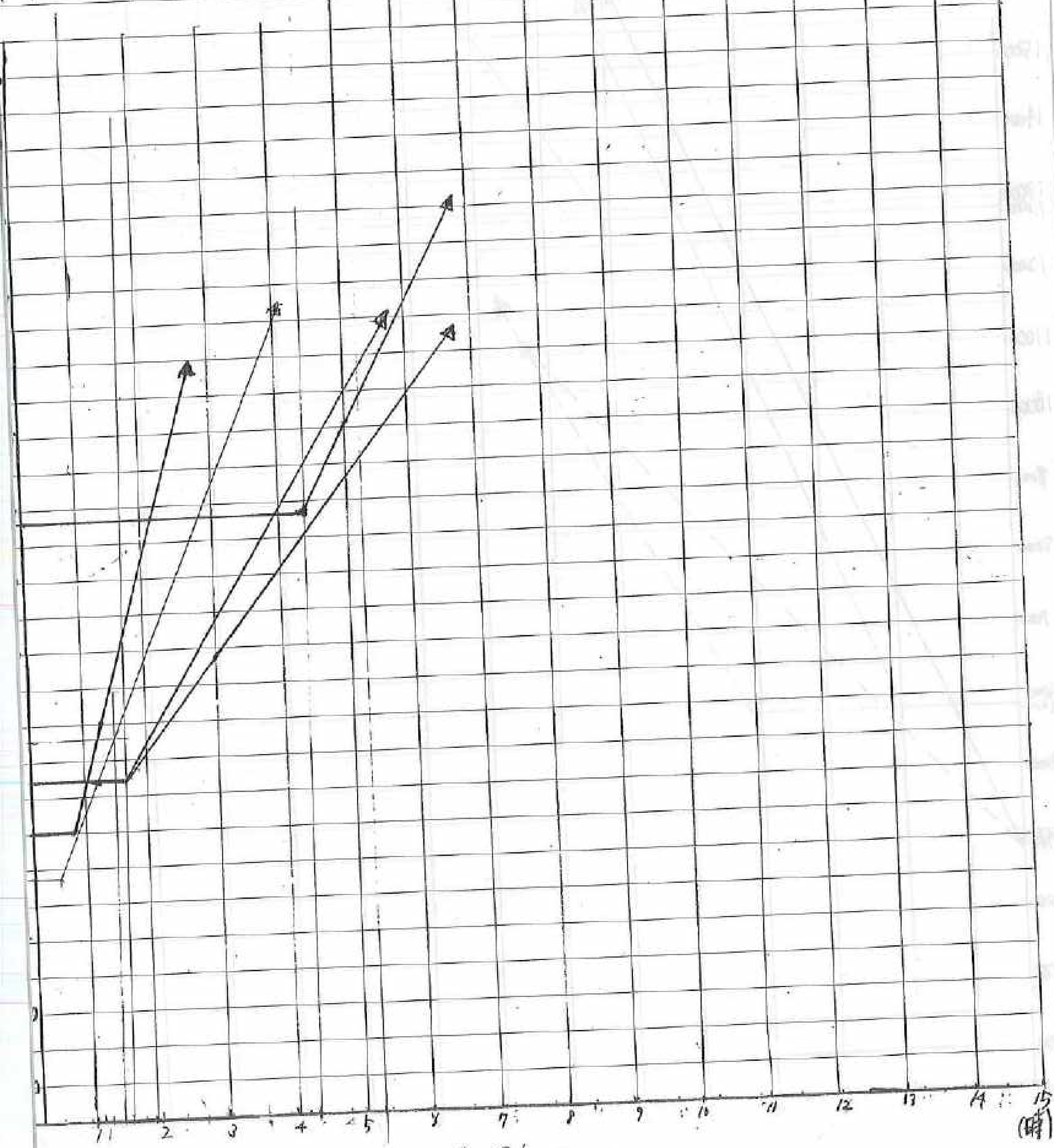
au（グラフ）　[なんの割引きもしてはせ



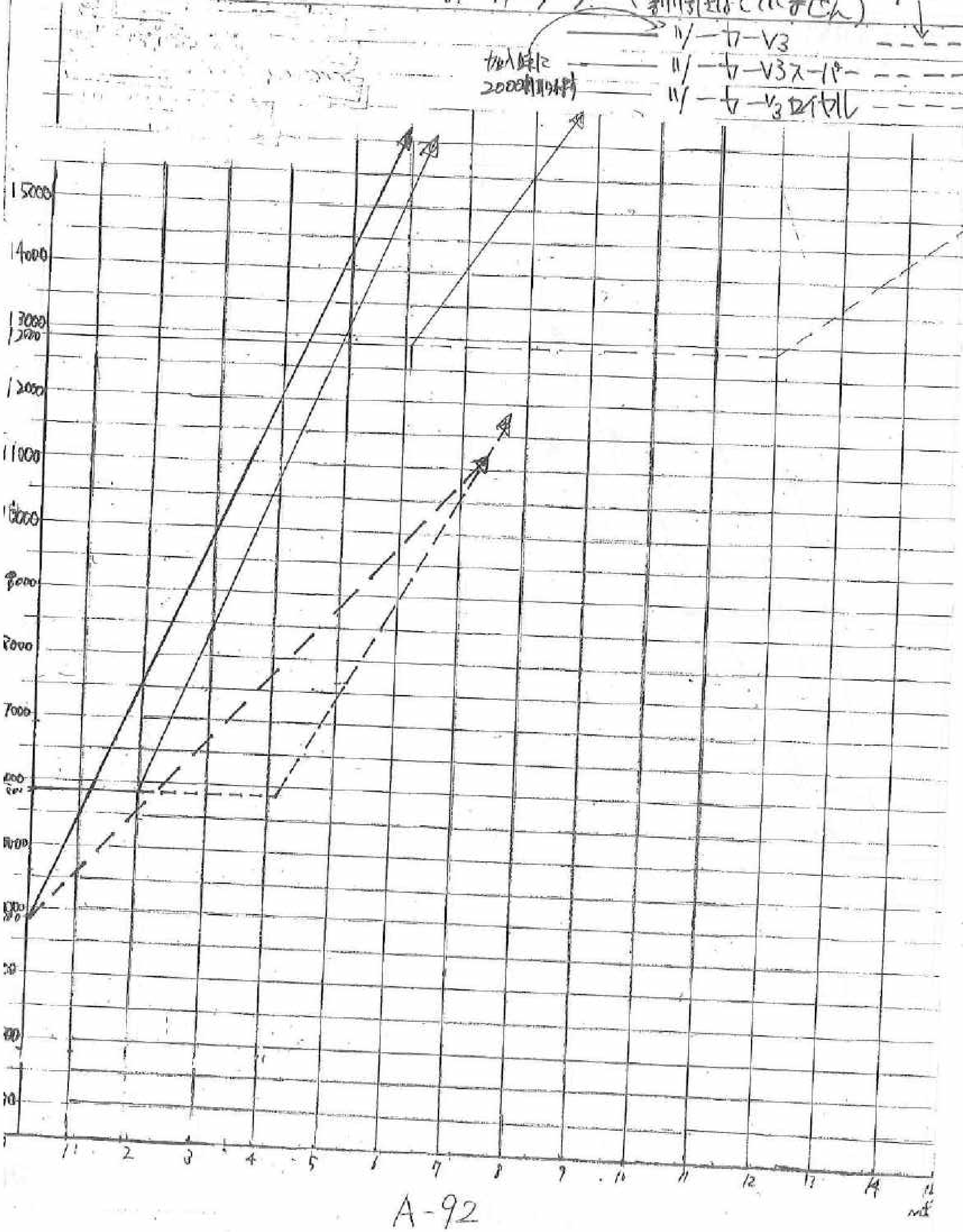
A-90

Docomo のグラフ（割引はしていません）

—— おはなしプラスbig
—— 〃 L
—— 〃 M
—— プランA



Tu-ka のグラフ (割引はしていません)



A-92

数学の森！

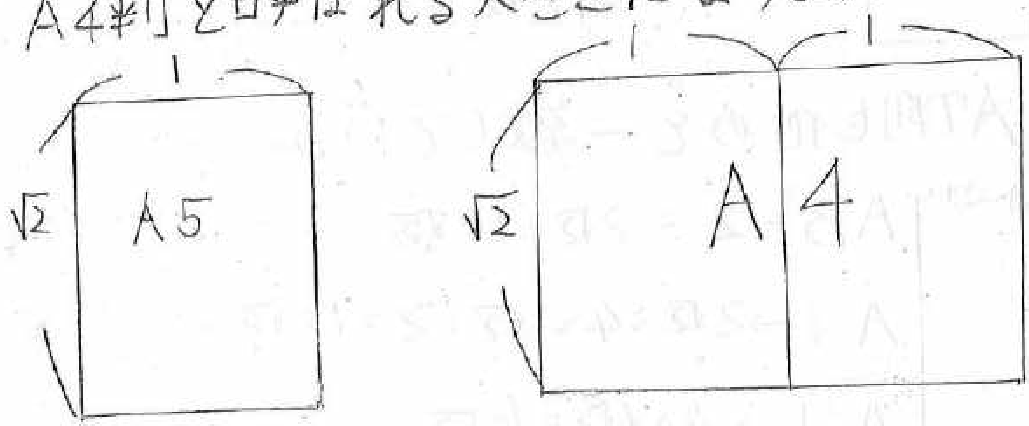
レポートのあらすじ・取り組み

今回は数学の教科書の最後にのっている数学の森からおもしろそうな問題を3問解いてみました。

レポートの内容

紙にひそむルート

A5判と呼ばれる紙の大きさの2辺の比は $1:\sqrt{2}$ となっていてA5判を2枚ならべると A4判と呼ばれる大きさになります.

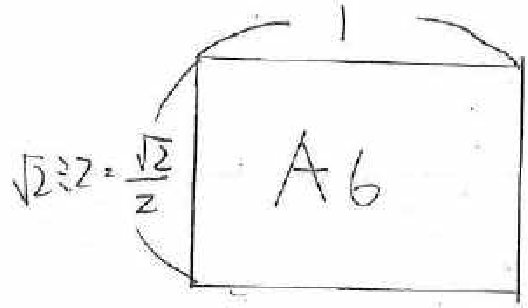


A4の2辺の比を調べると

$$\sqrt{2}:2=\sqrt{2}:\sqrt{2}\times\sqrt{2}$$
$$=1:\sqrt{2}$$

となりA5判の2辺とも一致することが分かる

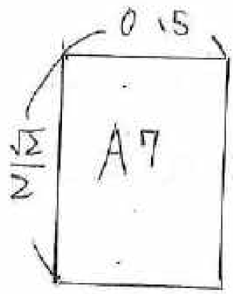
☆A5判を半分にした長方形(A6判)の2つの辺について調べる。



$$\frac{\sqrt{2}}{2} : 1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 : 1 \times 2$$
$$= \sqrt{2} : 2 \longrightarrow 2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2}$$
$$= \sqrt{2} : \sqrt{2} \times \sqrt{2}$$
$$= 1 : \sqrt{2}$$

これもA5判とA4判の比と一致することが分かった。

☆他の大きさについても調べる



$$0.5 : \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.5 \times 10 : \frac{\sqrt{2}}{2} \times 10$$
$$= 5 : 5\sqrt{2}$$
$$= 1 : \sqrt{2}$$

A7判も他のと一致している。

小さい

A3 → $2 : 2\sqrt{2} = 1 : \sqrt{2}$

A2 → $2\sqrt{2} : 4 = \sqrt{2} : 2 = 1 : \sqrt{2}$

A1 → $4 : 4\sqrt{2} = 1 : \sqrt{2}$

A0 → $4\sqrt{2} : 8 = 1 : \sqrt{2}$

大きい

結

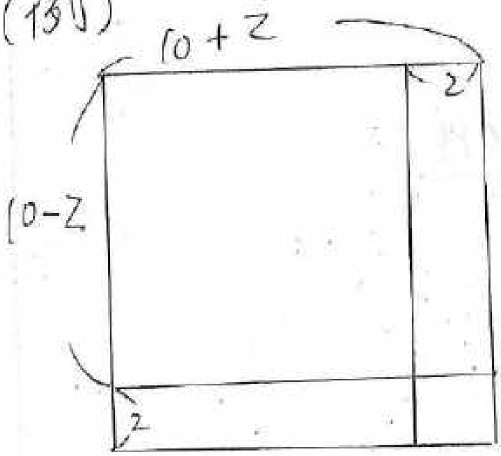
A0からA7までの2辺の比はすべて等しい。

2次方程式の歴史

2次方程式の歴史は1次方程式と同じように古く紀元前2000年頃のバビロニア人が土地の面積を求めたり、土木工事を行ったりする必要性から方程式を解いたという記録が残っている。

○長方形の2辺の和が20m面積が96m²のときに

(例)



2辺の長さをxm、ymとして2辺の和が20mなので一方が10mよりzm長いとすると他方は10mよりzm短くなるので

$x=10+z$　$y=10-z$

面積は96m²なので

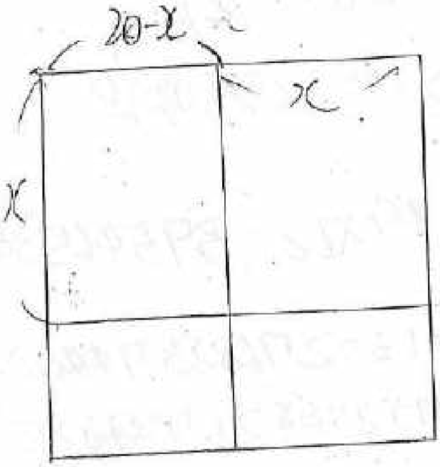
$xy=(10+z)(10-z)=96$

$z^2=4$だから $z=2$

よって $x=10+2=12$m

$y=10-2=8$m となる

☆上の問題を2辺の長さをxm、$(20-x)$mとして2次方程式をつくって解いてみる。



$(20-x)\times x=96$

$20x-x^2=96=-x^2+20x-96$

$x^2-20x+96=0$

$(x-8)(x-12)=0$

$x=8$、$x=12$

は両方ともあてはまるので

$x=8, 12$

xは8mと12mとなる

日本の数学ー和算ー（ねずみ算）

問 正月に父母のねずみが12匹子供を生み翌年
またその子供が12匹子供を生む。
三月のねずみの数を計算して、どんなに急に
ねずみの数が増えていくのかを調べてみる。(三月以外も)

1月 $\overset{父母}{2}+\overset{子}{12}=14$

2月 $14+7\times12=98$

3月 $98+49\times12=686$　　3月686匹

4月 $686+343\times12=4802$

5月 $4802+2401\times12=235298$

6月 $33614+16802\times12=235298$

7月 $235298+117649\times12=1647086$

8月 $1647086+823543\times12=11529602$

9月 $11529602+5764801\times12=8070721$

10月 $80707214+40353607\times12=564950498$

11月 $564950498+282475249\times12=3954653486$

12月 $3954653486+1977326743\times12=27682574402$

12月は27682574402匹
となる

結 昔の日本にもこんな問題があるのにびっくりした。

レポートのあらすじ・取り組み

公式をつくるときにどうすれば簡単に、わかりやすく解くことができるか考えた。

レポートの内容

式の展開の規則制

$(x+y)=x+y$

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$

$(x+y)^3=(x^2+2xy+y^2)(x+y)$
$=x^3+2x^2y+xy^2+x^2y+2xy^2+y^3$
$=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

$(x+y)^4=(x^3+3x^2y+3xy^2+y^3)(x+y$
$=x^4+3x^3y+3x^2y^2+xy^3+x^3y+3x^2y^2+3xy^3+y^4$
$=x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4$

$(x+y)^5=(x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4)(x+y)$
$=x^5+4x^4y+6x^3y^2+4x^2y^3+xy^4+x^4y+4x^3y^2+6x^2y^3+4xy^4+y^5$
$=x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$

$(x+y) = x+y$

$(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$

$(x+y)^3 = x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

$(x+y)^4 = x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4$

$(x+y)^5 = x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$

$\Downarrow$ なにか規則制がないか調べるため
文字を省き係数だけ書き出す

```
        1   1
      1   2   1
    1   3   3   1
  1   4   6   4   1
1   5  10  10   5   1
```

パスカルの三角形

この数列から

①両端は必ず「1」になっている

②下の数は上の数の和になっている

ことがわかった。

リーグ戦の公式

2チーム → 1試合
↲2
3チーム → 3試合
↲3
4チーム → 6試合
↲4
5チーム → 10試合
↲5
6チーム → 15試合
↲6
7チーム → 21試合

⋮ ⋮

xチーム → ？

5チームの場合.

	A	B	C	D	E
A		○	○	○	○
B	◍		○	○	○
C	◍	◍		○	○
D	◍	◍	◍		○
E	◍	◍	◍	◍	

⇓ 斜線を左はしによせる

	A	B	C	D	E
A		○	○	○	○
B		◍	○	○	○
C		◍	◍	○	○
D		◍	◍	◍	○
E		◍	◍	◍	◍

同じ組み合わせを消すため

$$5 \times (5-1) \times \frac{1}{2}$$

参加チーム数

対戦チーム数だが自分のチームとは戦えないので「1」を引く

よってxチームの時の試合数は

$$x \times (x-1) \times \frac{1}{2} = \frac{x^2 - x}{2} \text{ 試合}$$

となる

算数オリンピックの問題を解いて…

レポートのあらすじ・取り組み

僕は算数オリンピックの問題を解いてどのようにして解けばいいのかを考えました。

レポートの内容

1, 2, 3, 4, 5 を下の式の□の中に1つずつ入れ計算の結果を最大にしなさい

$$\square + \square - \square \times \square \div \square = ?$$

参考文献

「算数オリンピックに挑戦」
P111 問11 ～

A-100

解説

まず僕が考えたことは問いにある
計算の結果を最大にするという条件から
□+□−□×□÷□の□+□を
最も大きい数にし、□×□÷□を最も小さい
数にすれば答えにすればいいと思いました。
そこで□+□は当然5と4にします
次に□×□÷□は÷□を1,2,3の中で
最も大きな数にすればいいので3にします。
すると必然的に残りは1と2になり
□に数を入れてみると

5 + 4 − 1 × 2 ÷ 3
(順序はどちらでもよい)　(順序はどちらでもよい)

$= 8\frac{1}{3}$

感想

僕はなぜこの問題をしようと思ったか

僕はレポートの問題は「オモシロイ」問題にすると決めていてこの問題は1目見て面白そうだと思ったからです。

実際、この問題をとくには

数学的な知識(公式など)を使うのではなく

常識的な知識(あーすればこーなる)を使うことが面白かったです

算数オリンピックを解いて… パートⅡ

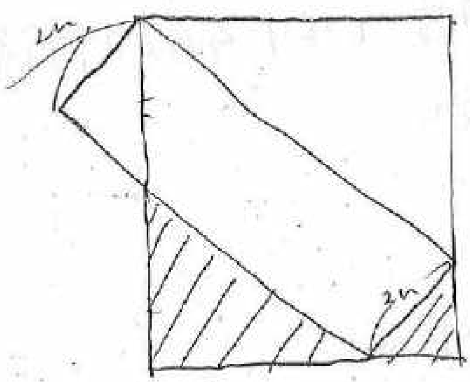
レポートのあらすじ・取り組み

僕は苦手な図形の問題を解いてみようと思ったのでこの問題に挑戦しました。

レポートの内容

2つの長方形を図のように重ねて置きます。
小さい方の長方形の幅は2mでAが大きい方の長方形の1辺の中点であるとすると図の中のアミの面積は

A ____ cm² となる

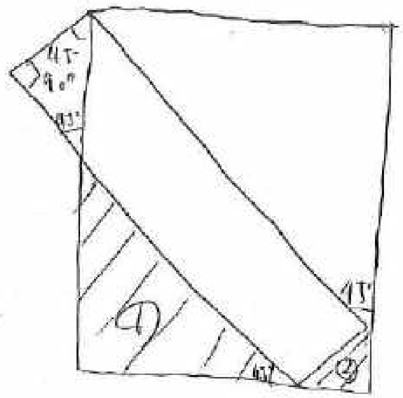


参考文献
算数オリンピックに挑戦 P102 問い6から

解説

まず求める面積を2つに分け次に

図Ⅱ



図Ⅱ

求められる角度を求める

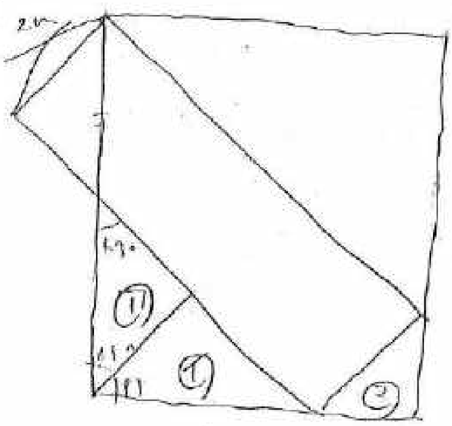
②は正方形の半分で対角線が2mなので

$② = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$= 1m^2$

次に求める前に①を2つに分け

㋐、㋑にする→図Ⅲ



すると㋐、㋑はどちらも、1辺2mの正方形の$\frac{1}{2}$となりその対角線は2mなので

$① = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 = 4\ m^2$

$1 + 4 = 5m^2$

解説

なぜ僕がこの問題を解こうと思ったのか
それはこの問題が僕が中3で図形の問題は前より少し解けるようになったのから図形の問題を解いてみようと思ったからです。

借金し続けると総額いくらになるか

レポートのあらすじ・取り組み

mathcutというサイトで発見
現実に問題になっているので興味を惹かれた
表を作ったりと、いろいろ大変だった

レポートの内容

問題

＜１ヶ月目＞

ハナコさんはカード会社から２０万円借金（カードでキャッシング）しました。月利３％、翌月一括払いとします。

＜２ヶ月目＞　他のカード会社（あるいは消費者金融）から２０万円と金利分を借りて返済しましたが、また、翌月他の会社から借りて返さなければなりません。その上，生活費として新たに５万円借りました。

＜以後＞毎月，借金の返済費用と生活費５万円を，次々と違うカード会社（または消費者金融）から借ります。

	元本の返済額	金利	新たな借金
1ヶ月目	200,000	6,000	200,000
2ヶ月目	256,000	7,680	50,000
3ヶ月目	313,680	9,410	50,000
4ヶ月目	373,090	11,192	50,000
21ヶ月目	1,704,728	51,141	50,000
22ヶ月目	1,805,869	54,176	50,000
23ヶ月目	1,910,045	57,301	50,000
24ヶ月目	2,107,346		

ハナコの借金歴で、以下のそれぞれの問いに答えてください。

（１）実際にハナコが借りて使ってしまった借金の金額はいくらになりますか。

（２）２４ヶ月目までに、金利を払うために借りた借金の金額はいくらになりますか。

（３）１社から借り入れられる限度額が２０万円だとすると、２４ヶ月目にハナコは、何社から借金する必要があるだろうか。

A-107

よって以下のような表になる

新たな借金とは毎月に借りていくので常に50000円
金利は本来の返済額の3%

元本の返済額は先月の返済額＋先月の金利＋今月の新たな借金

	元本の返済額	金利	新たな借金
1ヶ月目	200.000	6.000	200.000
2ヶ月目	256.000	7.680	50.000
3ヶ月目	313.680	9.410	50.000
4ヶ月目	373.090	11.192	50.000
5ヶ月目	434.282	13.028	50.000
6ヶ月目	497.310	14.919	50.000
7ヶ月目	562.229	16.866	50.000
8ヶ月目	629.095	18.872	50.000
9ヶ月目	697.967	20.939	50.000
10ヶ月目	768.906	23.067	50.000
11ヶ月目	841.973	25.259	50.000
12ヶ月目	917.232	27.516	50.000
13ヶ月目	994.748	29.842	50.000
14ヶ月目	1.074.590	32.237	50.000
15ヶ月目	1.156.827	34.704	50.000
16ヶ月目	1.241.531	37.245	50.000
17ヶ月目	1.328.776	39.863	50.000
18ヶ月目	1.418.639	42.559	50.000
19ヶ月目	1.511.198	45.335	50.000
20ヶ月目	1.606.533	48.195	50.000
21ヶ月目	1.704.728	51.141	50.000
22ヶ月目	1.805.869	54.176	50.000
23ヶ月目	1.910.045	57.301	50.000
24ヶ月目	2.107.346	66.220	50.000

A－108

（1）は、今までにハナコが借りた借金の総計なので

一月目は２０万円で二月目は２５万６千円・・・・・

という借りた金額をたしていけば良いので

200000＋256000＋313680・・・・・・・・・・・・・・・・2107346

＝24,352,594

ということで総額２４３５万２５９４借りたということに

なります。

（2）は始めの２０万以外と毎回の生活費５万を除いた総額

なので

24352594－（50000×23）－200000＝23002594

よって２３００万２５９４を借金返済のためにかりていた

ことになります。その内金利が

6000＋7680＋9410・・・・・・・・（23ヶ月分）

＝667346

よって６６万７３４６を金利を返すだけに借りていたので

す。

A－109

（3）は２４ヶ月後に借りる２１０万７３４６を２０で割ります。

2107346÷200000＝10.53673

よって１１社からも借金しなければなりません。

これは多重債務や自転車操業といわれる借り方でもしも利息が付く前に他社から返せばいいように思いますが、実際にはどんどん借金が膨らんでいきます。

しかもこれをする人は始めの借金すら返せないのに莫大になった金額を返せるわけありません。

よって自己破産してしまいます。

学んだ事

ご利用は計画的に

直線の数と交点の数の関係

レポートのあらすじ・取り組み

直線の数と交点の数の関係でなにか規則性があると思ったのでこれを調べようと思いました。

レポートの内容

平面上にある、平行ではない2つの直線は必ず1点で交わる。

直線が10本のとき、交点はいくつあるのか？①

x本のときの交点はいくつになるのか？②

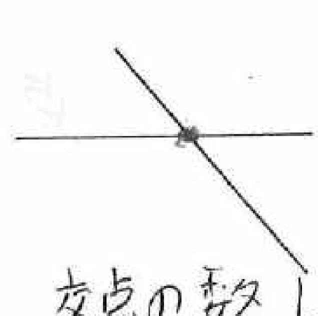
を調べたいと思います。

図

1本

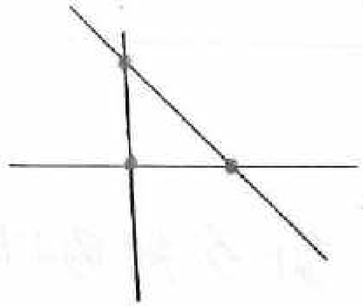
交点の数 0コ

2本



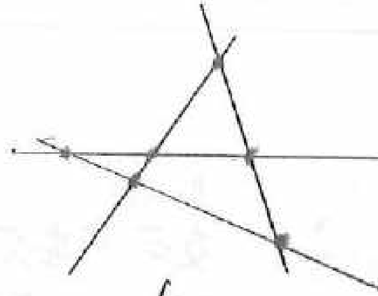
交点の数 1コ

3本



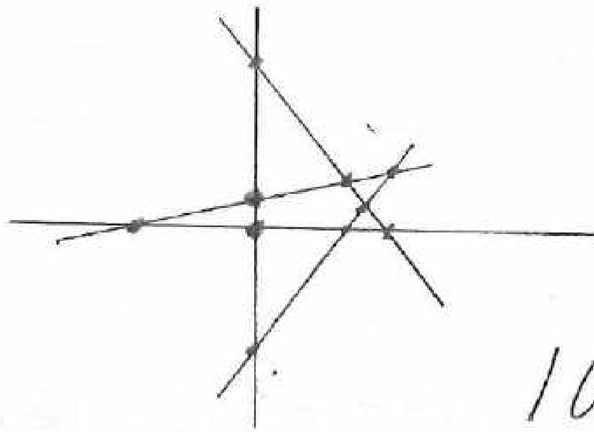
3コ

4本



6コ

5本



10コ

結果

	+1	+1	+1	+1
線の数	1	2	3	4	5
交点の数	0	1	3	6	10

+1　+1+1　+1+1+1　+1+1+1+1

1+1　2+1　3+1

というふうになる

よって

点の増える数は(線の数−1)

となる

計算方法

$$\frac{線の数 \times (線の数-1)}{2}$$

で交点の数がでてくる

①の答え $\frac{線の数 \times (線の数-1)}{2}$ にあてはめると

$$\frac{10 \times (10-1)}{2} = 45 \text{ となる}$$

A. 45コ

②の答え $\frac{線の数 \times (線の数-1)}{2}$ にあてはめると.

線の数は x 本なので.

$\frac{x \times (x-1)}{2}$ なので

$\frac{x(x-1)}{2}$ となる

交点は何個？

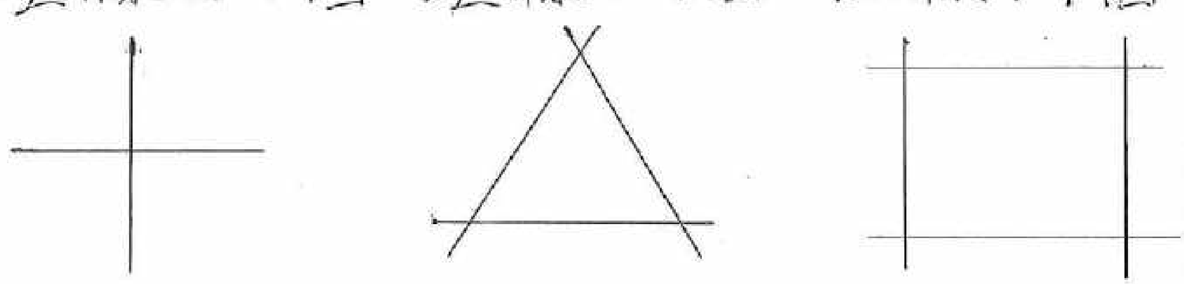
レポートのあらすじ・取り組み

僕はこの問題をインターネットの、友達に教えてもらったサイトの中で、見つけました。なんとなく問題を問いて、答え合わせをした後で、あることに気付いたのでこの問題を書くことにしました。

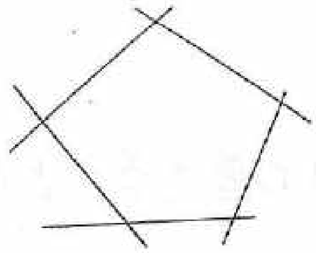
レポートの内容

問。平面上にある、平行でない2直線は必ず1点で交わります。
つまり
2直線の最大は1個、
3直線の最大は3個です。
①それでは10本の直線では、交点は最大いくつでしょう？

・・・僕はてっきり、
2直線は1個　3直線は3個　4直線は4個



5直線は5個

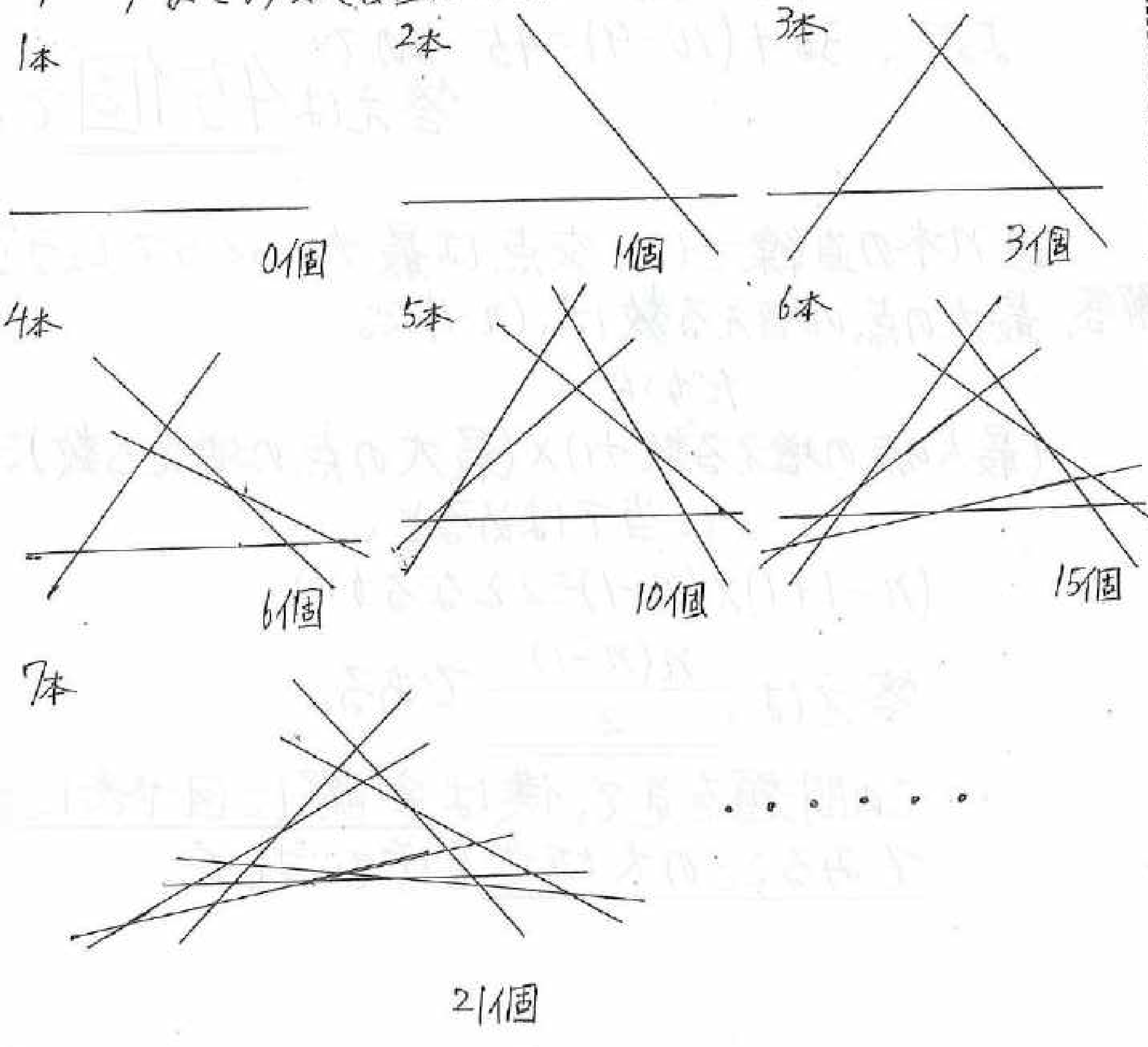


……。だと頭の中で想像していたので、

答えは10個だと思っていました。

でも、僕の答えは見事にはずれていました。

解答. 1〜7までの数を図に表してみましょう。



……。

次に表に表してみましょう。

線の数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
点の数	0	1	3	6	10	15	21	28	36

1 2 3 4 5 6 7 8

表を見ればわかるように、数が増えるごとに、1ずつ増え方が増えていく。

線の数が2つのときは、1つ点の数が増える。(2−1)の考えだ。点の増える数は(線の数−1)だということがわかる。

よって、36+(10−9)=45なので

答えは**45個**である。

② n本の直線では、交点は最大いくつでしょう？

解答。最大の点の増える数は、$(n-1)$だ。

だから

(最大の点の増える数+1)×(最大の点の増える数)÷2

に当てはめると、

$(n-1+1)\times(n-1)\div 2$となるから、

答えは、$\frac{n(n-1)}{2}$である。

…この問題を見て、僕は実際に図や表に表してみることの大切さを学びました。

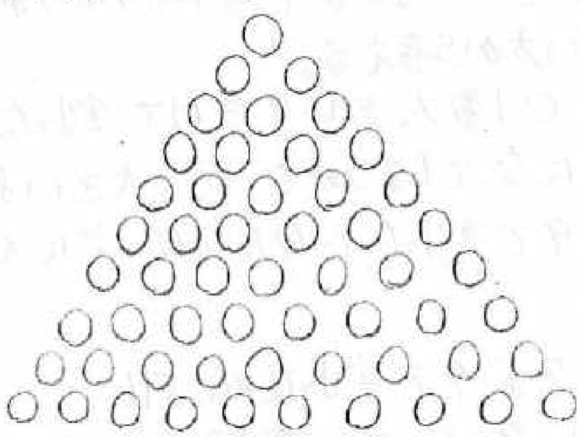
挑戦状の問題

レポートのあらすじ・取り組み

Math-Cut STUDIUMというHPの挑戦状のおもしろそうな問題。

レポートの内容

1 Q. 下図の周りにもう一列作るには、○が何個必要か？



A.1

最初全部で

$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$コ

周りを増やしたら

$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13=91$コ

$91-55=36$コ

A.36個

A.2 周りにもう一列作ってから、外側の辺の個数は両端を除けば

11コ

両端を入れると

$11+2=13$コ

だから、増やす○の合計は、

$11\times3+3=36$コ　A.36個

この場合、$(10+2)\times3=36$コ　なので

公式

(元の一列の○の数+2)×3＝1列周りに増やした時の周りの○の数

A-117

2 Q、1,2,3,4,6,7,8,9の8つの数字を並べて、
1,2,3,4,6,7,8,9のどの数によっても割り切れる整数を作る。
各数字は必ず1度は使い、また、何度使っても構わない。
このようにして作る整数のうち最小のものを答えなさい。

A、1、2、3、4、6、7、8、9で割り切るには、

1の倍数	=なんでもいい。
2 〃	=偶数ならいい。
3 〃	=各位の数字の和が3で割り切れたらいい。
4 〃	=下2ケタの数字が00か、4で割り切れたらいい。
8 〃	=下3ケタの数字が8の倍数ならいい。
9 〃	=各位の数字の和が9で割り切れたらいい。
※6,7は別。	

解いていく中で、割る数を1つに決めると簡単だから、まずこれを決める。
割る数を決めるのに、全ての数字で割ったという事にしないと、
いけないので大きい方から考える。
まず、使える数の中で1番大きい9だけで割ったとき、
1,3,9で割っただけになってしまうので、次に大きい8を入れて、9×8。
これは、1,2,3,4,8,9で割っただけになり、次に大きい7を入れると、9×8×7。
これは、1,2,3,4,6,7,8,9で割ったのと同じ。
だから、作る整数は、9×8×7で割れればいい。

まず、9の倍数であるために、$\boxed{}$のようにしなければならない。
1+2+3+4+6+7+8+9=40だから、あと5を加えて、
45にするといい。しかし、5は使ってはいけないので、1+4に
おきかえる。
この時点での最小の数は1123446789。

次に、8の倍数であるために、$\boxed{}$に書いたようにしなければ、いけない。

そこで、1123446789の数を下から、いくぶん並べかえて、8の倍数を作る。

例えば下3ケタが「798」「978」、両方、不適当なので、その上の位の6も並べかえに参加させる。

そして、偶数を小さい順に並べかえると、7698、<u>7896</u>、<u>7968</u>、7986、<u>8976</u>、8796、9678、<u>9768</u>、9786、9876になる。

このうち、＿＿＿を引いたのが、8の倍数。

ここで出来たのは、1123447896、1123447968、1123448976、1123449768である。

この中で7で割れるのは、1123449768

A. 1123449768

数学オリンピックの問題3つ

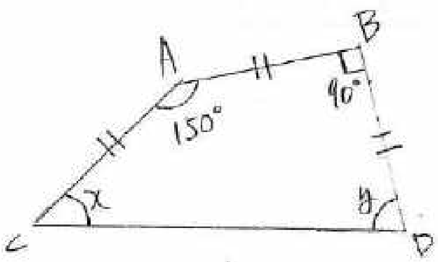
レポートのあらすじ・取り組み

僕は数学オリンピックの本を読んでいてなるべく簡単な問題にしようと思ったけどどれも難かしかったのでこの3問にしました。この3問を解くのにかなりの時間を使いました。

レポートの内容

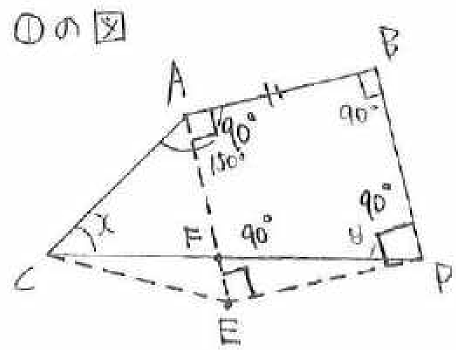
【1】 ? この問題の∠x、∠yを求めなさい。

<POINT> 補助線を引こう！



⇓

①の図



① まずこの図を分かりやすくするために補助線を引かなければなりません。補助線はBCに平行でBCと同じ長さを引いてその線をAEとする。そしてABCEが正方形になります。そして点Dと点Eを結びます。

② 補助線が引けたらDCとAEの交点をFとする。すると□ABCEは正方形なので∠DAEは

150 − 90 = 60（∠DAE）

AE = ADにより△ADEは二等辺三角形となる。しかし60°の二等辺三角形は正三角形になる。

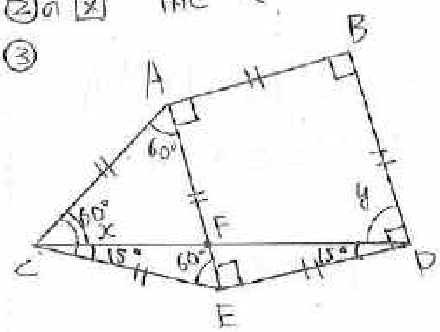
why?

180 − 60 = 120
二等辺三角形の頂点以外の角は同じなので
120 ÷ 2 = 60
となり正三角形となる。

続く
↓

②の図　続き

③



③ △ADEが正三角形になるとDE＝ECとなり△DECが二等辺三角形になります。

∠AEC＝60°、∠AED＝90°

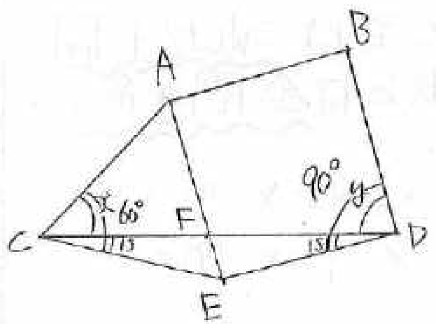
60＋90＝150°（∠AEC＋∠AED＝∠CED）

となり、すると…。

180－150＝30、30÷2＝15°となり

∠ECD＝∠EDC＝15°

⇓



④ この結果…。

y＋15＝90　y＝90－15＝75（°）

x＋15＝60　x＝60－15＝45（°）

A. x＝45°　y＝75°

【2】？ A君、B君、C君、D君の4人が○×式のテストを受けました。全10問の4人の解答とA君、B君、C君の点数は下の表のようになりました。このテストは10点満点でD君の点数は何点だったでしょう。

＜表＞

問	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	点
A	○	×	○	×	○	○	×	×	×	○	70点
B	○	○	×	×	×	○	○	○	×	×	70点
C	×	×	×	○	○	×	○	×	○	×	60点
D	○	○	×	×	○	×	○	×	×	×	?点

＜POINT＞この結果は4人のテストの解答であって採点結果ではない!!

① 70点のA君、B君の解答を見ると同じ解答は1、4、6、9の4問である。（◯で表示）

↓続く

↓
続き

② 同じ解答のこの4つのうち1つでも間違えると70点にはならない。よってこの4問は絶対に正解であると言える。
(1.4.6.9)

<今のところわかった答え> 1=○, 4=×, 6=○, 9=×.

③ C君はA君、B君が正解した記号とは1つも合っていないので全て不正解という事になります。(□で表示)

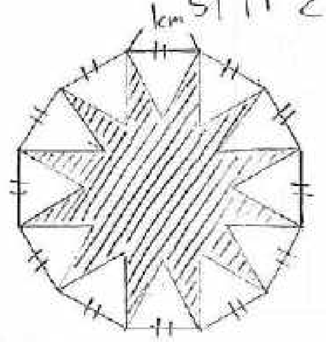
④ という事はもうすでに4問間違っているC君はこれ以上間違うと60点以下になってしまうのであとは全問正解という事になる。

<今のところわかった答え> 1=○, 2=×, 3=×, 4=×, 5=○
6=○, 7=○, 8=×, 9=×, 10=×

⑤ この答えをDにあてはめると…。

⑥ 何とD君は80点でした。ちなみに正解した問題は1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10 その他の人の正解も▨で表わしています。

【3】 ?. 図のような1辺1kmの正十二角形があります。そして白い部分は格辺を1辺とする正三角形12個とする。斜線の引いている部分の面積を求めよ。

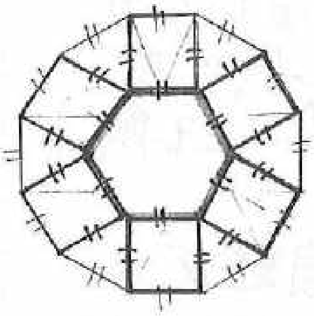


<POINT>斜線部分を移動させて計算しやすくしよう!

① まず正三角形を使うと赤で囲んだ部分が正方形になる。

続く
↓

続き

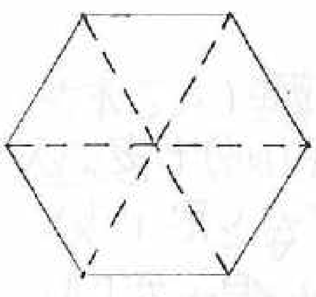


②すると真ん中に正六角形ができる。正六角形なので1辺は1cm。

↓

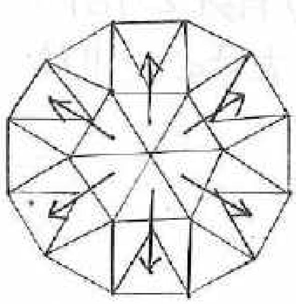
真ん中の正六角形の拡大図

③真ん中の正六角形を対角で結ぶと左下の図のようになる。するとくぎった部分で正三角角形が6つできる。ちなみに1辺は1cm

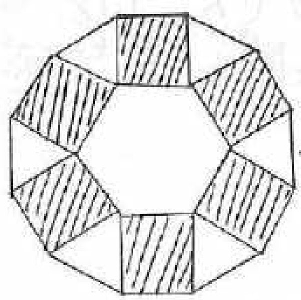


④1辺が1cmの正三角形となるという事は最初の問題にでてきた正三角形に移動させる事ができる。

↓



→



⑤すると斜線部分は左図のように①で言った正方形になる。それを計算すると…。

1×1(正方形の面積)×6＝6(cm²)

A. 6cm²

<感想>

【1】補助線の場所を見つけるのが難かしかったです。けど、1度そのひく場所を見つけると次々に分かっていって結構楽しかったです。補助線を見つけた時は自分で自分に感動してしまいました。

【2】この問題は表を書いて問いていくのが最初難かしくて苦戦したけど、少し答えを見て①の部分が分かると後はあっという間に解く事ができました。今度、こういう問題を解く時にはヒントがなくても解けるようにしたいです。

【3】この問題は図の部分を移動させて解く問題だったのでパズル形式でできて楽しんで解く事ができました。そして最後の計算がとても簡単だったのがあっけなくて少しさみしい感じがしました。この問題は見た瞬間に図を移動させるのが思いついたのでそんなに苦労はしませんでした。

【総評】数学オリンピックの問題はどれも難しくて本を見ておもしろそうだなと思っても何10分も考え込んでしまう問題ばかりでさすがだなと思い知らされました。答えを見て何回、納得させられたか分かりません。けどその分、自分自身で問いた時の達成感と満足感はとても大きく、うれしかったです。

～終～

$1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2$ の公式を求める。

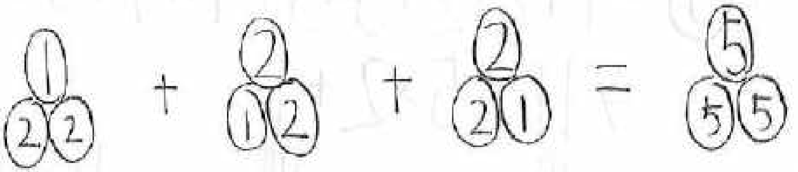
レポートのあらすじ・取り組み

このレポートは、中学2年の夏休みにやったパソコン講座の中からとったものである。ちなみにこのレポートは、パソコン講座の時のプリントを参考にした。

レポートの内容

まず，このような公式は次のように考える。

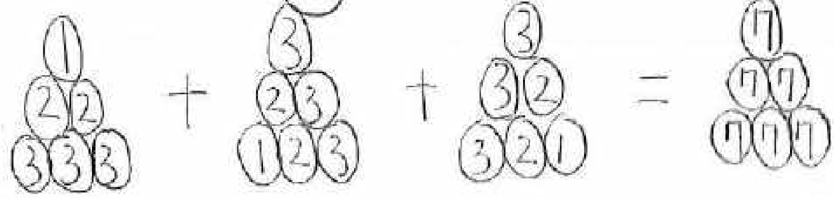
① $1^2+2^2=1+2\times2 \Rightarrow 5=2\times2+1$



$=5\times3=5\times(1+2)$

$\boxed{5\times(1+2)\div3}$

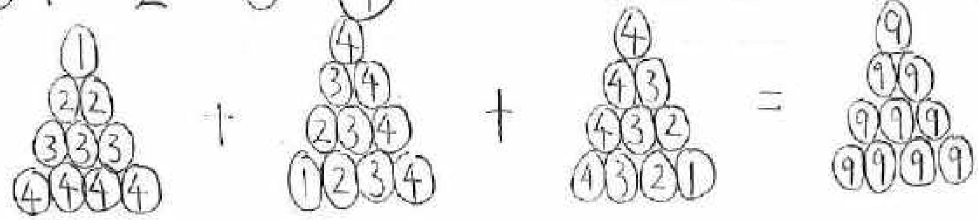
② $1^2 + 2^2 + 3^2 = 1 + 2\times2 + 3\times3 \Rightarrow 7 = 3\times2+1$



$= 7\times6 = 7\times(1+2+3)$

$\boxed{7\times(1+2+3)\div3}$

③ $1^2+2^2+3^2+4^2 = 1+2\times2+3\times3+4\times4 \Rightarrow 9 = 4\times2+1$



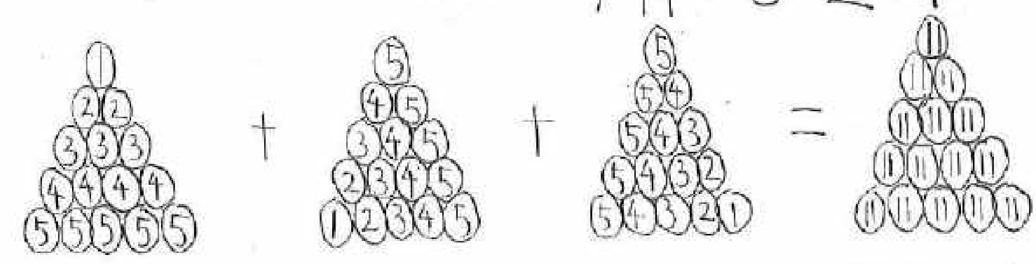
$= 9\times10$

$9\times(1+2+3+4)$

$\boxed{9\times(1+2+3+4)\div3}$

④ $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2 = 1+2\times2+3\times3+4\times4+5\times5$

$\Rightarrow 11 = 5\times2+1$



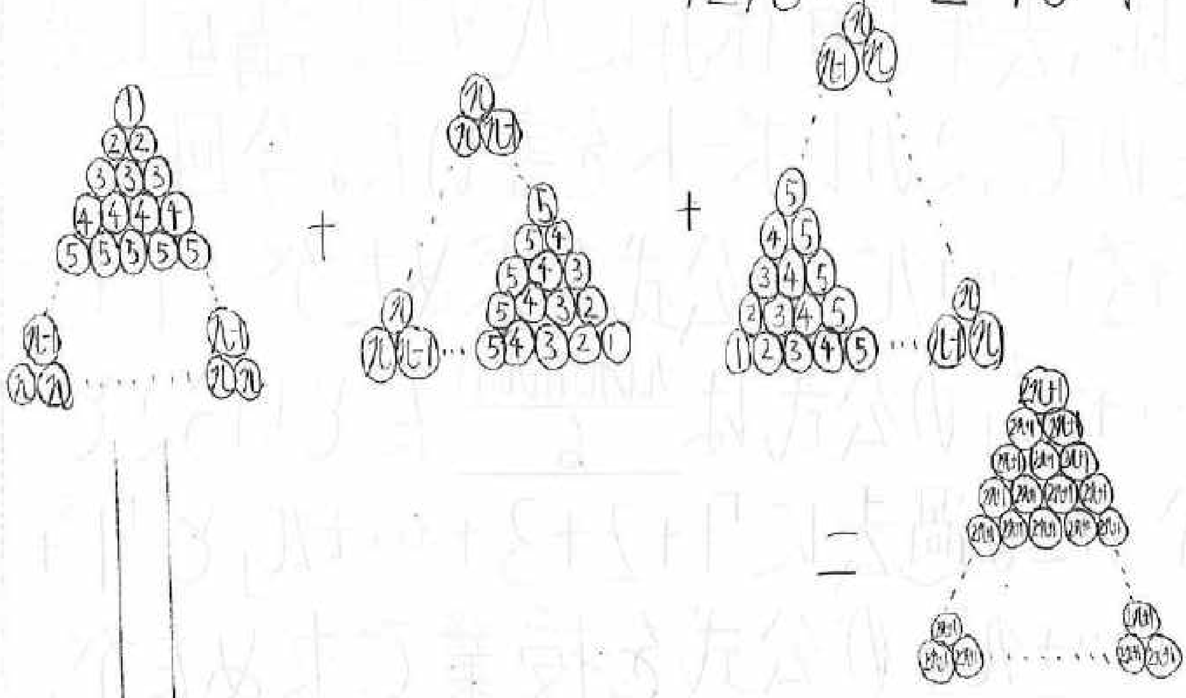
$= 11\times15$

$11\times(1+2+3+4+5$

$\boxed{11\times(1+2+3+4+5)\div3}$

⑤ $1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2=1+2\times2+3\times3+\cdots\cdots+n\times n$

$\Rightarrow 2n+1=2\times n+1$



$(2n+1)\times(1+2+3+\cdots+n)$

$$\boxed{(2n+1)\times(1+2+3+\cdots+n)\div3}$$

$$=\frac{2n+1}{1}\times\frac{n(n+1)}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

〈感想〉

僕は，去年の夏休みにパソコン講座に参加したので，このレポートを書いた。今回，「$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$」の公式を求めたが，「$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$」の公式は $\frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$ だということが分かった。過去に「$1+2+3+\cdots+n$」と「$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3$」の公式を授業で求めたが，今回のにも公式が発見できて良かった。あと，これは高校の範囲なので，予習にもなって良かったと思う。

サイコロの出る目の確率

レポートのあらすじ・取り組み

サイコロを1000回ふって確率が本当に6分の1になるかを調べました。

レポートの内容

1～100

3	4	2	4	6	1	5	4	4	1	1～10	1…24回
2	4	1	3	2	3	6	1	3	4	11～20	
4	4	2	6	5	3	3	2	5	1	21～30	2…17回
6	6	5	1	5	1	1	4	1	3	31～40	
6	3	3	1	6	3	5	3	3	1	41～50	3…23回
2	4	5	3	3	2	2	1	5	3	51～60	4…13回
1	4	2	2	3	1	3	1	1	1	61～70	
3	6	4	3	2	1	2	1	1	2	71～80	5…11回
6	2	4	1	1	6	6	5	5	1	81～90	6…12回
5	1	3	2	1	3	6	3	2	3	91～100	

101～200

6	3	2	2	5	1	5	5	6	6	101～110	1…14回
5	5	3	6	2	3	2	4	5	3	111～120	
1	3	4	5	6	5	5	3	6	5	121～130	2…15回
2	5	6	2	1	4	6	5	5	1	131～140	3…14回
6	1	4	5	4	6	6	4	2	5	141～150	
3	2	2	4	1	5	4	4	1	4	151～160	4…13回
2	2	3	5	1	6	5	6	3	1	161～170	5…23回
4	3	3	1	6	1	3	5	4	6	171～180	6…21回
6	6	5	5	6	1	3	3	5	6	181～190	
1	4	2	2	5	6	2	2	1	6	191～200	

201~300

2	2	4	3	6	4	3	6	2	4	201~210
1	1	1	4	4	5	4	4	2	4	211~220
1	6	4	2	2	4	6	5	3	5	221~230
1	2	2	6	5	1	1	6	5	5	231~240
2	5	4	3	3	2	1	6	2	6	241~250
6	1	1	6	6	2	1	6	4	4	251~260
2	5	2	4	1	3	2	5	4	5	261~270
6	6	2	5	2	1	1	2	2	6	271~280
3	4	6	5	6	4	4	2	5	5	281~290
2	4	4	5	5	2	6	5	4	2	291~300

1…14回
2…23回
3…7回
4…21回
5…17回
6…18回

301~400

2	2	5	3	5	1	6	2	5	1	301~310
3	3	5	6	5	3	2	1	4	5	311~320
6	6	4	3	4	4	1	6	4	4	321~330
3	3	1	5	6	4	3	1	4	6	331~340
3	6	1	5	3	2	4	5	5	6	341~350
2	4	4	1	2	6	6	3	5	2	351~360
6	4	3	2	5	6	1	2	3	4	361~370
3	3	5	3	4	2	2	2	5	1	371~380
3	4	3	5	2	6	6	2	3	6	381~390
1	3	3	5	2	6	6	4	2	5	391~400

1…11回
2…17回
3…21回
4…16回
5…17回
6…18回

401~500

1	4	4	2	3	4	6	3	5	4	401~410
5	3	5	5	4	5	4	6	2	6	411~420
5	2	4	4	3	1	1	2	6	4	421~430
4	6	4	1	1	2	3	3	2	2	431~440
4	5	4	5	2	2	5	2	6	5	441~450
5	2	2	1	3	4	6	5	3	1	451~460
6	5	1	4	5	2	3	2	6	3	461~470
2	4	3	5	3	2	4	6	3	2	471~480
5	1	6	6	3	2	3	2	4	4	481~490
2	3	6	5	5	1	1	3	6	2	491~500

1…14回
2…15回
3…15回
4…21回
5…15回
6…12回

501~600

2	6	6	1	4	4	3	2	4	6	501~510
6	4	2	5	2	2	4	1	1	3	511~520
5	3	5	5	2	4	6	5	4	6	521~530
2	1	3	1	3	4	6	2	1	2	531~540
3	4	5	2	1	3	4	6	3	3	541~550
1	5	3	5	4	5	4	1	1	6	551~560
4	1	4	5	1	5	2	4	3	1	561~570
1	4	4	3	4	2	4	6	4	1	571~580
5	4	2	1	5	6	2	1	1	6	581~590
5	1	3	2	1	3	1	5	3	1	591~600

1…22回
2…15回
3…15回
4…21回
5…15回
6…12回

601~700

2	4	5	1	1	4	3	2	6	5	601~610
4	6	3	3	6	2	2	3	6	1	611~620
1	2	2	3	3	5	1	6	1	6	621~630
6	2	2	4	2	4	2	2	5	2	631~640
6	1	5	3	4	1	6	3	3	2	641~650
4	5	6	5	6	3	3	2	5	5	651~660
1	5	6	1	1	6	5	5	3	2	661~670
1	4	6	4	5	5	4	6	3	5	671~680
1	6	5	2	5	2	3	4	4	5	681~690
1	1	4	6	1	5	2	3	4	6	691~700

1…16回
2…16回
3…15回
4…13回
5…19回
6…21回

701~800

5	2	6	2	5	3	6	5	3	5	701~710
1	1	6	4	3	1	4	4	6	2	711~720
3	4	3	2	2	2	2	6	3	5	721~730
2	6	5	2	6	3	1	2	4	4	731~740
2	4	2	2	5	5	3	5	1	5	741~750
4	1	2	6	3	1	1	3	2	5	751~760
6	5	5	4	5	1	6	4	3	6	761~770
6	6	5	5	2	5	1	2	1	2	771~780
3	3	5	2	3	1	5	5	4	3	781~790
1	5	5	4	2	6	3	5	6	2	791~800

1…14回
2…21回
3…16回
4…12回
5…21回
6…16回

801~900

2	4	3	2	6	6	3	4	5	2	801~810
1	1	4	6	4	3	5	2	4	5	811~820
3	1	4	1	6	1	1	3	2	2	821~830
2	6	4	3	2	3	5	4	1	5	831~840
6	2	2	3	6	5	2	4	2	3	841~850
1	6	4	5	6	1	4	2	3	3	851~860
1	5	6	6	6	1	2	4	3	4	861~870
6	5	1	4	3	4	6	3	4	4	871~880
3	2	2	5	6	1	5	5	6	4	881~890
2	5	5	4	2	4	3	2	5	5	891~900

1…13回
2…18回
3…16回
4…19回
5…16回
6…18回

901~1000

1	4	5	2	3	1	1	6	2	6	901~910
1	6	5	5	3	5	2	4	4	6	911~920
5	6	3	6	5	5	4	3	3	1	921~930
4	6	2	2	4	1	2	6	4	1	931~940
3	4	3	3	4	1	2	4	3	6	941~950
5	1	5	4	6	2	3	1	6	6	951~960
5	6	1	3	4	4	1	1	6	3	961~970
5	3	4	1	4	2	5	3	2	4	971~980
2	6	3	5	5	4	2	5	1	2	981~990
4	1	4	2	1	5	1	3	6	1	991~1000

1…19回
2…14回
3…16回
4…19回
5…16回
6…16回

実験結果
1…161回
2…177回
3…161回
4…166回
5…173回
6…162回

〈結果〉
だいたい$\frac{1}{6}$になった。
1000回もふってこの結果は「$\frac{1}{6}$になる」でいいと思う。

1. $\boxed{\frac{161}{1000}}$ ×6 $\boxed{\frac{1000}{6000} \cdot \frac{966}{6000}}$

2. $\boxed{\frac{177}{1000}}$ ×6 $\boxed{\frac{1000}{6000} \quad \frac{1062}{6000}}$

3. $\boxed{\frac{161}{1000}}$ ×6 $\boxed{\frac{1000}{6000} \quad \frac{966}{6000}}$

4. $\boxed{\frac{165}{1000}}$ ×6 $\boxed{\frac{1000}{6000} \quad \frac{990}{6000}}$

5. $\boxed{\frac{173}{1000}}$ ×6 $\boxed{\frac{1000}{6000} \quad \frac{1028}{6000}}$

6. $\boxed{\frac{164}{1000}}$ ×6 $\boxed{\frac{1000}{6000} \quad \frac{984}{6000}}$

なぜこの実験したかというと、サイコロをふって「1」とかばっかり出る人や「5や6」ばかり出る人もいるので、ほんとにサイコロの目の確率は$\frac{1}{6}$なのか知りたかったからです。

「金をくれ」・「直線の交点」

レポートのあらすじ・取り組み

インターネットで「Mathカットスタジアム」の「挑戦状」から2問、「カネヲクレ」という問題と「交点は何個」という問題を自分なりにていねいに問いた。

レポートの内容

◇1 「カネヲクレ」 ここに
$$\begin{array}{r} SEND \\ +MORE \\ \hline MONEY \end{array}$$
という文字があるが「もっと金を送ってくれ」という意味ではなく、文字に数字をあてはめると足し算になる。それぞれあてはまる文字は？

①
$$\begin{array}{r} SEND \\ +MORE \\ \hline MONEY \end{array}$$
→ S・Mがどんな数字でも1しかくり上がらないから　M＝1

②
$$\begin{array}{r} SEND \\ +1ORE \\ \hline 1ONEY \end{array}$$
→「E+Oから1くり上がっているかもしれない」

S＝ $\boxed{8}$ or 9　くり上がるか不明！よって　O＝0 or 1

→この場合O＝0

「1」はもう出ているので　O＝0ゼロ

③
$$\begin{array}{r} SEND \\ +1ORE \\ \hline 1ONEY \end{array}$$
S＝8の場合 E＝9になる。しかしこの場合N+Rから「1」くり上がってきても「9+1」⇒ N＝0ゼロ になるので不可

もう出ている

よって　S＝9

④ $\begin{array}{r} 9END \\ +\ 10RE \\ \hline 1ONEY \end{array}$

→ E+O=E のはず。しかし和は、N なので「1」くり上がってきていることがわかる。N=E+1

→ $N+R=10+E$ もしくは $N+R+1=10+E$

$E+1+R=10+E$ 　　$N+R+1=10+E$

$\boxed{R=9}$ 　　$\boxed{R=8}$

9はもう使っているので不可

---

⑤ $\begin{array}{r} 9END \\ +\ 108E \\ \hline 1ONEY \end{array}$

→ $E+D=10+Y$

↳ ④でくり上げている

Eが2.3.4のときは、和のYがすでに使った数字になるので

E=5 or 6 or 7

④でNが「E+1」なので7の時Nが8になりすでに使用しているから ×

E=5 or 6

$\boxed{D=7}$

---

⑥ $\begin{array}{r} 9EN7 \\ +\ 108E \\ \hline 1ONEY \end{array}$

E=5 or 6を

あてはめて考えてみると

E=6の時、Nが7になってしまい、7はすでに使しているため ×

$\boxed{E=5}$

$\begin{array}{r} 95N7 \\ +1085 \\ \hline 10N5Y \end{array}$

$7+5=12$ 　　$15-8-1=6$

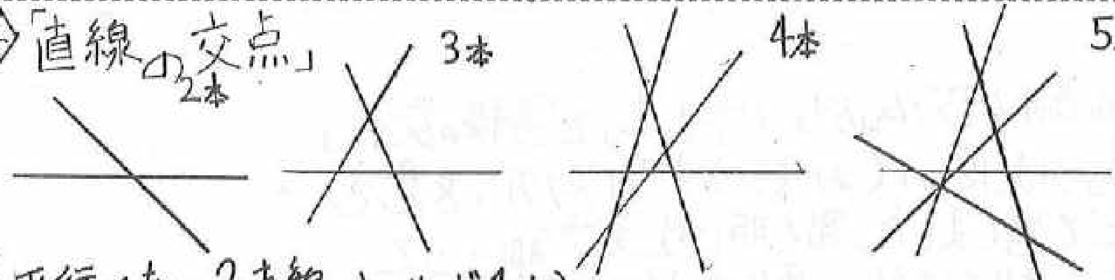
くり上げ

Y=2 　　$\boxed{N=6}$

①〜⑥より

$\begin{array}{r} 9567 \\ +1085 \\ \hline 10652 \end{array}$ である!!

② 「直線の交点」



平行でない2直線は、必ず1点で交わる!! だから直線が1本増えるにつれて、それまでひいてあった直線とそれぞれ1つ交点をもつ

ex)、3本のとき $1+2$
4本のとき $1+2+3$
5本のとき $1+2+3+4$
交点がこのようになる

問一、10本の直線の交点の最大の数は?

式)、$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$

$\boxed{\text{A、45個}}$

問二、n本の直線の交点の最大の数は?

式)、$1+2+3+4+5+\cdots\cdots+(n-2)+(n-1)$

ひっくり返して計算

$$
\begin{array}{r}
1+2+3+4+5+\cdots\cdots+(n-2)+(n-1) \\
+\ (n-1)+(n-2)+(n-3)+(n-4)+(n-5)\cdots\cdots+2+1 \\
\hline
n+n+n+n+n\cdots\cdots+n+n
\end{array}
$$

$$\frac{n\times(n-1)}{2}=\frac{n(n-1)}{2}$$

$\boxed{A.\ \frac{n(n-1)}{2}}$

今回、「Mathカットスタジアム」から、「カネヨクレ」と「直線の交点」の問題を見つけ、問いてみて、まず、「カネヨクレ」を見て、ムズカシそうだと感じました。問く時には、文字「ABC……」と数字の区別をはっきりつけるため色をつけたり、番号で振り分けたり、僕なりにわかりやすくまとめる事ができたと思います。几張面にまとめてみて、やり終えた時、とても気分が良く、何でもていねいに、きれいにしたいと思いました。

円周率について

レポートのあらすじ・取り組み

ぼくがこの話題に興味をもったのは、本当に3.14なのかを調べたかったからです。円周率を昔の人はどうやって調べたのか、という疑問をもちながらこのことを調べました。

レポートの内容

② 手順・用意するもの
・円柱の形をしたあきカンなどを3つほど用意する。
・いろんな方法で円周率を調べる。
・インターネットを使って円周率のことを調べた。
③ 実験内容
・コーヒー豆のカン

メジャーで ― の長さをはかる
→30.6cm

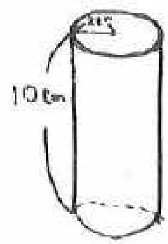
$30.6 \div \underbrace{10}_{\text{直径}} = 3.06$

円周率は3.06になった

※円周÷直径として求める

A−137

・積み木



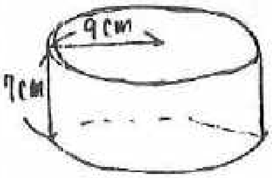
メジャーで一の長さをはかる

→12.7cm

12.7÷4＝3.17....

円周率は3.17になった

・おかしのカン



メジャーで一の長さをはかる

→53.9cm

53.9÷18＝2.99....

円周率は2.99になった

→パソコンを使って円周率（π）のことを調べた

πとは、みなさんよく知っている通り円周率のことです。このπという文字はギリシャ文字の周りを表す単語の頭文字だと言われています。木こりの人達は、直径の3倍をして木の周りの長さをだしていたそうです。

～円周率の求め方～

① 簡単に円周率を算出する方法は幾通りかあります。ひとつは円の直径と円周の長さを計り、円周の長さを円の直径で割るというものです。1度だけでは正確にでることが少ないので何度も計り、その平均値を取ることが良いでしょう。

円周率＝円周÷直径

② もう1つは、方眼紙に円を書き、升目の数で面積を求める方法です。全部の円を計ると大変なので4分の1だけでも良いでしょう。半径10の円で考えると計算も楽でしょう。

円周率＝面積÷(半径×半径)

～感想～

ぼくの作業ミスかは、わかりませんが、3.14という数字はでてこなかった。とても残念だと思った、しかし1つだけ3.14に近い数字がでてきたのでよかったと思った。パソコンを使って円周率のことを調べたが、ぼくには理解できない公式や言葉があった、しかしとてもおもしろそうだとは感じることができた、これから学年が上がっていくごとにこのような課題(宿題)をあたえられたら、ぜひ円周率のことを調べようと思う。

アキレスとカメ

レポートのあらすじ・取り組み

以前先生からきいた「アキレスとカメ」でそれを数学的に考えてみるとどうなるかと疑問に思いパソコンを使って調べました。

レポートの内容

まず最初にアキレスとカメの話がどのようなものであるか説明をする。

初めアキレスがカメの後ろにいてカメを追い抜こうとするところから話しが始まる。ここでアキレスの方がカメより速いものとする。

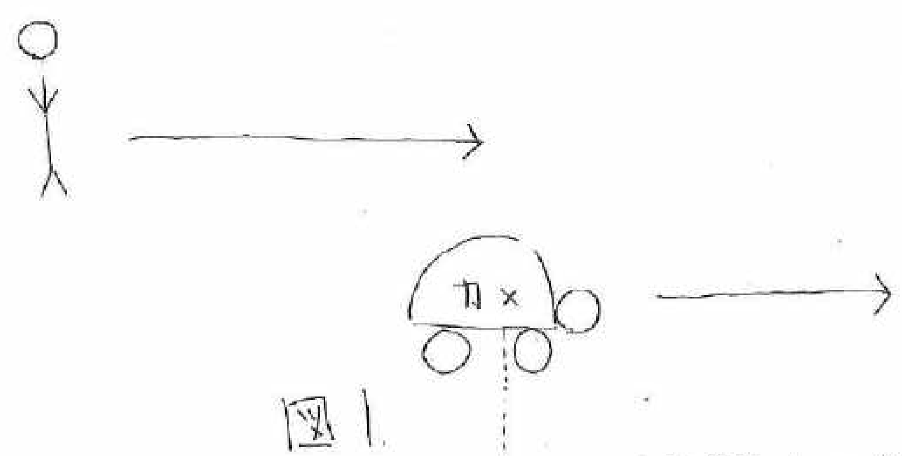


図1

時間がたつとアキレスは当然カメがいた場所に到達するはずである

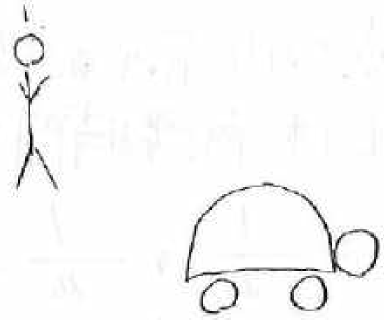


図2

しかし、その時は図2のようにカメはいくらか前進している。

ここでアキレスがまたカメの位置までいくと先程と同様にカメは前進していく。

っという事はいつまでたってもアキレスはカメに追いつかないという事になる。これがアキレスとカメの話である。

しかしながら普通に考えると追いつかないわけがない。

なのでアキレスとカメの話では本当にカメがおいつかないのか考えてみる。

仮にアキレスの速さを毎秒x、カメの速さを毎秒$\frac{1}{2}x$とする。更に図1の状態でアキレスとカメとのキョリをxとする。

すると図2の状態に1秒かかる。

ここで図2の状態図1の状態におきかえるとアキレスとカメとのキョリは$\frac{1}{2}x$あるわけであるから図2の状態になるのに$\frac{1}{2}$秒かかる。

同じ事をくりかえすと次は$\frac{1}{4}$秒、その次は$\frac{1}{8}$秒

その次は$\frac{1}{16}$秒……

っというふうに続くのが分かる。ちなみに何回このそうさをくりかえしても所要時間は

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots\cdots \quad (1)$$

となる。上のたし算を計算したいので1を省いて$\frac{1}{2}$以降の計算のしかたを考える。ここで大きさ1の容器を考えその中に$\frac{1}{2}$以降を入れると考える。

容量1、

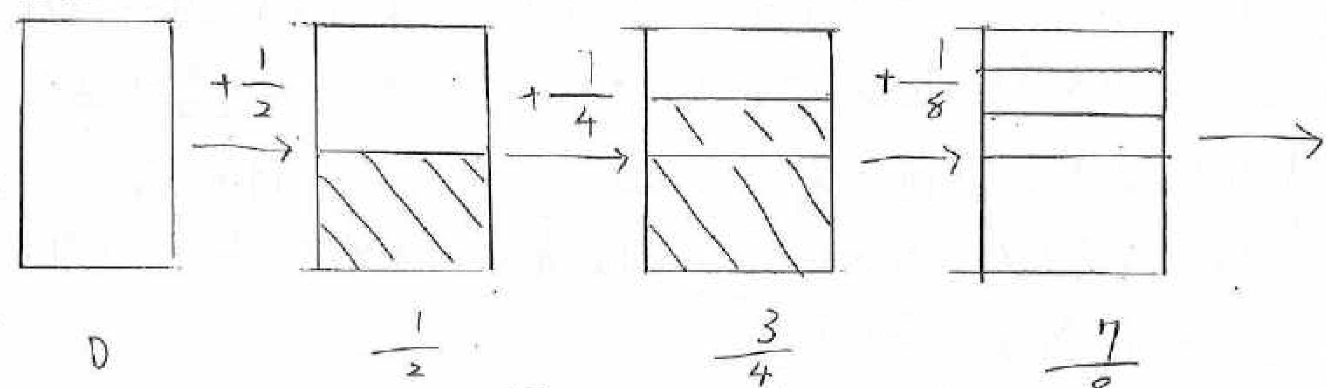


図3.

図3のような考え方をすると次にたされる数はあき容量の半分で結局何回くり返しても容器は満たんにならない。

したがって式(1)は省いた1をたして考えると2を超えない事になる。

っという事はアキレスは永遠にカメに追いつかないわけではなく2秒以上たつとアキレスはカメを抜いている事になる。

以上の事より一見アキレスとカメの話しは正しいように思えるが結局カメはアキレスに抜かれてしまうのである。

9について

レポートのあらすじ・取り組み

9の字の不思議な性質を見てみる

レポートの内容

	十	一 (位)
9×1=		9
9×2=	1	8
9×3=	2	7
9×4=	3	6
9×5=	4	5
9×6=	5	4
9×7=	6	3
9×8=	7	2
9×9=	8	1
9×10=	9	0

それぞれの十の位と一の位を足すと9になる

1+8=9
2+7=9
3+6=9
4+5=9
5+4=9
6+3=9
7+2=9
8+1=9
9+0=9

② 10、20、30、40、50、60、70、80、を9でわってみる。

1.11111……
9)10
9
10
9
10
9
1

2.22……
9)20
18
20
18
20
18
2

3.33……
9)30
27
30
27
30
27
30

4.444……
9)40
36
40
36
40
36
40
36
4

5.55……
9)50
45
50
45
50
45
50
45

6.666……
9)60
54
60
54
60
54
60
54
6

7.77……
9)70
63
70
63
70

8.88……
9)80
72
80
72
80
72
8

わられた数の十の位が一生続く。

③

9 × 9 = 81

99 × 99 = 9801

999 × 999 = 98901

9999 × 9999 = 989901

99999 × 99999 = 9899901

999999 × 999999 = 98999901

9999999 × 9999999 = 989999901

99999999 × 99999999 = 9899999901

999999999 × 9999999999 = 989999999901

99999999999 × 99999999999 = 98999999999901

99999999999999 × 99999999999999 = 989999999999999901

という風に8のうしろに9がだんだん増えてくる。

参考ドラえもんのなぞざんひきざん」

因数分解公式の相互関係

レポートのあらすじ・取り組み

共通因数があれば一番にくくり出しておくとすれば2次式の因数分解はア)～オ)の公式によって行うことができます。(ただし、公式のオは中学校では習いません)

レポートの内容

ア) $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$

イ) $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$

ウ) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

エ) $x^2+(p+q)x+pq=(x+p)(x+q)$

オ) $acx^2+(ac+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

☒ これから公式は「論理的には」オの公式が最っとも適用範囲が広くア、イ、ウ、エはオの特別な場合となっています。

オにおいて、$a=1$、$c=1$、$b=p$、$d=q$ とすれば エが得られます。
だから、エはオの特別な場合にすぎません

また、エにおいて $p=1$ $q=1$ とすればウが得られます。
だから、エはウの特別な場合にすぎません

さらに、エにおいて $p=-1$ $q=-1$ とすればイが $p=1$, $q=1$ とすればアが得られますので、
ア、イはエの特別な場合にすぎません

△ このように考えれば適用範囲が最っとも広い因数分解式は、高校まではオ　中学まではエということになります。

例1
$x^2+0x-25$
積が-25、和が0となる2数は5と-5だから
(原式)…$(x-5)(x+5)$

例2
$x^2+12x+36$
積が36 和が12となる2数は6と6だから
(原式)…$(x+6)^2$

例3
$x^2-14+49$
積が49、和が-14となる2数は-7と-7だから
(原式)…$(x-7)^2$

例4
$4x^2-12x+9$は係数が1でないので$2x=A$と置きます
A^2-6A+9とすればエの公式が使えますが
そのような遠まわりは大変なので、通常はアの公式で
因数分解をします　$4x^2+12x+9$、$4x^2-9$についても同様です

□ 上記の例4のような場合があるため結局エの公式を覚えるだけでは足りずに「ア、イ、ウ、エ」の全部が使えるようにする

△ ウの公式は「論理的には」特に優位な位置を占めていませんが「実際の計算においてはどんな因数分解でもエの公式で解くことができます。

ウ→エの例

$$x^2+3x-10$$
$$=\left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)-\frac{9}{4}-10$$
$$=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{49}{4} \quad \bigcirc^2-\square^2$$
$$=\left\{\left(x+\frac{3}{2}\right)+\frac{7}{2}\right\}\left\{\left(x+\frac{3}{2}\right)-\frac{7}{2}\right\}$$
$$=(x+5)(x-2)$$

ウ→アの例

$$4x^2+4x+1$$
$$=4\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)$$
$$=4\left\{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-0^2\right\} \quad \bigcirc^2-\square^2$$
$$=4\left\{\left(x-\frac{1}{2}\right)+0\right\}\left\{\left(x+\frac{1}{2}\right)-0\right\}$$
$$=4\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$$
$$=(2x+1)(2x+1)$$
$$=(2x+1)^2$$

ウ→イ
（ウ→アと同様）

ウ→オの例

$$2x^2+7x+3$$
$$=2\left(x^2+\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}\right)$$
$$=2\left(x^2+\frac{7}{2}x+\frac{49}{16}-\frac{49}{16}+\frac{3}{2}\right)$$
$$=2\left\{\left(x+\frac{7}{4}\right)^2-\frac{49}{16}+\frac{3}{2}\right\}$$
$$=2\left\{\left(x+\frac{7}{4}\right)^2-\frac{25}{16}\right\} \leftarrow \bigcirc^2-\square^2$$
$$=2\left\{\left(x+\frac{7}{4}\right)+\frac{5}{4}\right\}\left\{\left(x+\frac{7}{4}\right)-\frac{5}{4}\right\}$$
$$=2(x+3)\left(x+\frac{1}{2}\right)$$
$$=(x+3)(2x+1)$$

□ $(\quad)^2$を作ることと分数計算になることを我慢すればオの公式の場合も含めてすべてウの公式で解決することが分かります。

以上のまとめ

どうしてもできない問題があれば
$a(\bigcirc^2-\square^2)$に持ち込む。

サイコロを1000回ふって本当に確率が$\frac{1}{6}$になるのか

レポートのあらすじ・取り組み

100回ぐらいまでは細かく調べていき、100回を超えると60回ずつで結果を調べた。(始めは1つのさいころで、最後の方は3つのさいころで調べた。)

レポートの内容

仮説…1000回に近づいていくにつれて確率は$\frac{1}{6}$に近づくと思う。約400回ぐらいから確率が$\frac{1}{6}$のままほぼ一定になると思う。(多少のズレはあると思う。)

実験結果…180回までは、正の字でやった。
181回からは、数字を書いていった。

180回までの結果

	6	12	計	18	計	24	計	60	計
1	一	T	3	正	7	下	10	正一	16
2		T	2	下	5	下	8	正正下	21
3	一	一	2	一	3	一	4	正正	14
4	T	T	4	T	6	正	10	正正	20
5	一	下	4	正	8	正	13	正下	21
6	一	T	3	正	7	正下	15	正正下	28

	計	60	計	181回から
1	16	正正丁	28	3.6.2.1、6.4.1.4.1.4.5.2.2.6.5.6.4.1.
2	21	正下	30	6.4、2.2.4.1.5.2.4.4.3.5.5.5.1.1.4.1.2.3.
3	14	正正下	28	5.2.6.3.6.5.6.3.3、6.4.1.4.2.5.3.4.5.3.1.6
4	10	正下	29	1.5.5.3.3.4.2.6.3.1、2.6.6.6.1.3.1.2.3.3.1.4
5	21	正一	27	2.1.5.4.1.6.6.5.1.5.2.2.5.4.4.6.1.4.4.6.4.1.4.4
6	28	正正	38	4.3.5.6.3.6.3.5.1.5.6.6.2.1.5.3.5.6.4.6.1.3.3

6.3.6.5.1.6.6.2.5.6.2.5.6.1.4.4.1.3.5.6.4.5.2.4.3.2.4.1.6.1.3.4.3.4.

4.6.6.1.2.1.4.1.6.2.3.1.1.3.4.5.6.3.1.5.3.2.5.2.1.4.3.5.1.2.3.2.5.2.4.4.

3.6.3.6.4.6.4.6.1.6.3.2.2.4.5.6.3.2.2.2.1.6.5.3.3.2.5.1.1.1.1.3.4.6.1.3.3.2、

1.6.1.4.2.1.5.5.2.1.4.5.6.2.1.1.5.5.4.5、4.1.6.2.2.5.5.1.6.6.4.2.5.1.1.3.6.5.

2.1.5.4.3.1.4.1.2.4.6.1.2.4.6.3.3.4.6.3.1.6.6.5.4.4.1.4.1.2.2.3.6.6.6.6.2.6.6.4.

2.5.3.5.4.1.1.6.6.6.6.2.1.1.2.6.6.3.5.6.5.1.5.2.3.5.4.3.6.2.6.5.6.2.6.3.4.3.4.3.6.1.

3.2.4.1.3.5.5.4.6.6.3.3.6、1.4.3.6.6.2.3.2.3.6.3.2.2.5.4.1.2.1.3.1.4.6.5.3.3.2.

3.1.6.3.6.2.1.2.4.1.6.2.2.6.4.6.4.3、1.5.2.2.3.4.6.4.4.6.3.4.2.3.1.5.6.3.4.5.6.4.1.3.

1.2.3.4.4.1.6.6.1.4.4.6.2.4.6.3.3.3.2.5.6.2.6.4.2.6.1.1.6.3.5.3.5.3.2.3、5.1.6.5.3.6.

4.2.2.2.6.1.6.1.5.1.2.5.6.2.3.2.3.1.2.4.6.1.4.1.5.6.6.1.5.1.3.3.5.6.6.2.2.5.6.4.5.6.1.4.

1.3.5.3.5.6.6.6.5.6.6.1.6.6.1.6.5.6.4.1.5.5.1.4.4.5.1.5.6.3.1.6.1.6.3.1.6.3.6.5.5.4.

6.5.4.4.5.1.5.1.1.3.1.3.1.6.1.4.6.1.2.4.6.5.6.4.5.4.5.3.5.6.5.2.6.6.2.2.2.3.6.6.4.1.

3.3.6.6.6.6.4.4.1.3.5.1.3.5.1.1.3.1.5.4.1.2.4.2.2.5.1.3.3.1.1.2.1.2.5.2.3.5.3.3.6.5.

5.3.3.2.4.4.6.5.6.5.2.6.3.2.3.6.3.1.3.3.1.3.4.6.6.2.4.3.1.1.1.3.1.2.4.6.5.6.2.1.

1.3.3.4.3.4.5.1.2.3.1.2.5.1.2.2.1.2.3.2.3.5.4.5.6.1.6.4.4.4.5.5.5.3.2.5.5.4.6.

6.1.2.2.5.5.6.6.2.3.1.4.6.1.4.5.5.5.6.2.4.6.1.4.6.2.3.6.2.5.5.1.3.5.3.6.6.5.5.3.6.

5.5.3.6.4.4.2.2.3.1.2.4.2.2.2.1.4.4.1.4.6.3.4.5.1.3.5.1.1.4.1.6.6.1.2.2.2.6.6.5.5.6.1.5.

5.1.4.6.1.2.6.1

集計

	6	18	36	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600	660	720	780	840	900	1000	%
1	1	4	7	10	16	28	39	50	61	71	86	94	103	112	122	136	147	160	177	17.7 ②
2	0	3	5	8	21	30	39	46	53	65	74	82	95	102	111	113	123	134	151	15.1 ⑥
3	1	1	3	4	14	28	36	45	56	69	74	83	96	107	116	122	135	149	158	15.8 ③
4	2	2	6	10	20	29	41	52	64	72	82	90	98	100	115	125	132	139	155	15.5 ④
5	1	4	8	13	21	27	37	47	53	61	72	80	85	92	102	117	126	132	153	15.3 ⑤
6	1	4	7	15	28	38	48	60	73	82	92	111	123	136	154	167	177	186	206	20.6 ①

うまくいかなかったのでもう一回500回程度で行うことにした。

1、4・5、1・5・5・2・5、6・4・5・5、1・3、4、1、1・6、1・4、4・2・3・6、5・6・6・4、5・5・2・3、5・2、

2・4、1、1・2、1、4・6・2・3、6、1、1・3・4・6・6・2、4・6・1・3、6・5・5・5、1、1・4・5、5・3・5・5・6・2、

3、4、1・3・6、3、6・6・2・3、6・3・3・5、6・4・5・6、1・3・4・2、4・5・3・5、5・3・6・6・3・4・6・

1、1・6・3・5、6・1・4・6、1・4・4・3、4・5・2・1、3・2・3・6、1、1・4・1、3・5・3・5、1、1・2・4、4・5、

6・1・4・6・2・4、4・2・3・6、3・5、5・3・3・5・1・3、5・3・4・5、1・6・6・1、2・3・4・4、5・2・3・3、

1、2、4・6、4・6、3・5、2・3・6・3、4・6・1・2、6・2・3・6、2・4・6・1、2・4・4・5、6、1、1・5、

1・5・6、1、3・5・2・6、6・2・5・4、4・5・6・3、4・6・4・6・6・1、5・6・2・5・5・1、5・6・4・5、

6・1・2・3、1・3・6・4、4・5・1・4・5・3・5・5・4・4・2・2、3・5・2・4、4・1・5・4、1・3・6・2、

2・4・2・4、5・3・5・6・2・2・4・2、3・4・1・1、3・1・3・5・1・5・6・2・3・4・1・2・3・1・6・6・1・2・

4・3・5・6・2・3・4・4・4・5・1・2・6・4、4・6・2・3、5・3・4・4・3・4・5・2、2・2・3・5・6・2・4・4

1・2・4・1、4・6・6・6・6・1・5・6・4・4・5、1・3・4・3、4・6・3・4・6・1・3・6・1・5・6・1・3・6・1、

3・5、2・3・6・1 2・5、3、4、6・2・5・6・1・5・6、1・1・6・1・4・5・1・3・3、1・4・6・1、2・6・3・3、

4・2・3・5、1・4・6・4、4・6・2・3、4・1・5・6・2・2・5・1、3・3・5・5・6・2・4・6、4・6・6・1・1・3、

3・3・6・2・3・6、1・4・5・3、5・6、5・6、6・2、4・5・2・2・4・4、6・6・2・5・6・1・4・6、4・4・6・2

3・3・2・3、6・3・4・4、1・1・3・3、6・6・1・1、5、3・4・6、4・5、6・5、6・6・1・2、3・2・6・6・4・4

6・1・1、6・2・4・6、1、1・5・1、1・2・4、4・5・4・6・6・1・3・3・2・6・6・1、1・5、2・2、4・5・4・6

集計

	60	120	180	240	300	360	420	480	540		
1	12	21	31	40	50	56	70	75	89	16.4%	③
2	8	12	19	28	39	48	54	64	73	13.5%	⑥
3	6	19	33	39	49	58	69	80	86	15.9%	④
4	10	20	31	40	53	71	79	90	99	18.3%	②
5	13	24	34	45	55	62	70	78	85	15.7%	⑤
6	11	24	32	48	54	65	78	93	108	20%	①

結果…1回目も2回目も確率が$\frac{1}{6}$にはならなかった。
一番多かったのは、6である。2つの実験で
ほぼ同じなのは、3、5、6である。
つまり仮説通りにはいかなかった。

考察…なぜこのような結果になったのかというと
サイコロの穴のあき具合の微妙な差によって
それぞれの面の重さが変わったんだろうと思います。
重い面から落ちていくのだから、6が多く出た
ということは、1の面が重かったということになると思う。
サイコロの数を表わす丸の掘り具合によって正しい
サイコロとなるのではないだろうか。
つまり、6の数の面なら、一つの穴が1gなら、
5の面の穴は1つ、1.2g、4の面の穴は1つ1.5g、
3の面の穴は1つ 2g、2の面の穴は1つ、6g
1の面の穴は1つ 6gになる、
全部、正確に削られていたら、きれいに
$\frac{1}{6}$の確率でサイコロの目を出すことができたと思う。

道の長さと面積

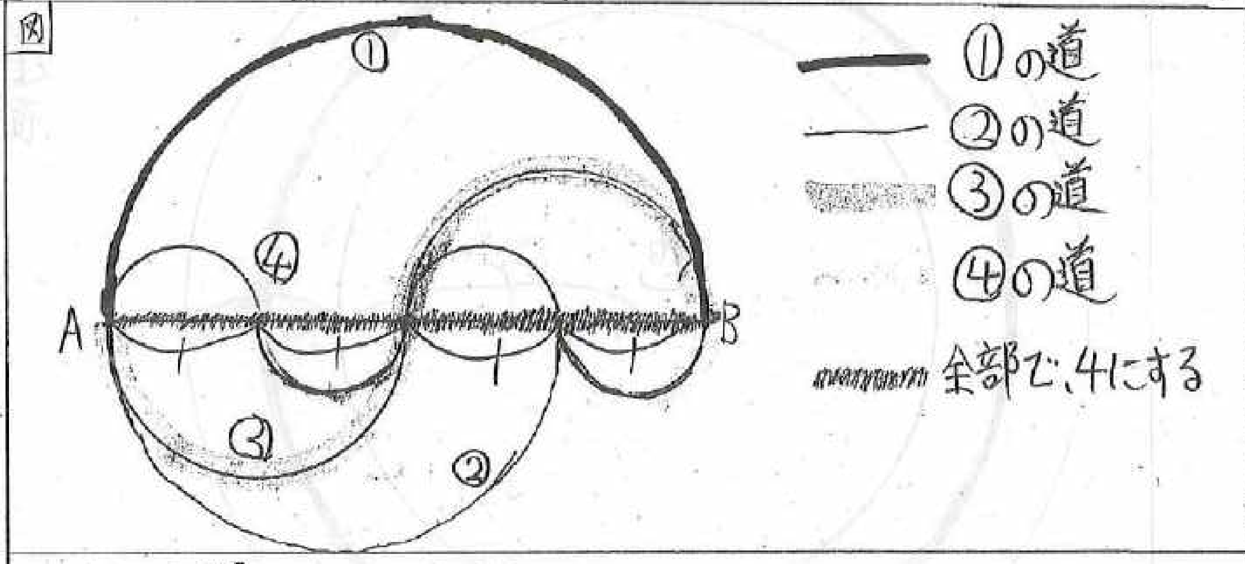
レポートのあらすじ・取り組み

math-Cut SJUUOSUM の挑戦状の中から、
簡単そうな問題を選んでやりました。

レポートの内容

問1、公園に図のような道をつけます。道は円周です。
どの道が一番近いでしょう。

図



この問題は、どの道を通っても道のりは同じです。

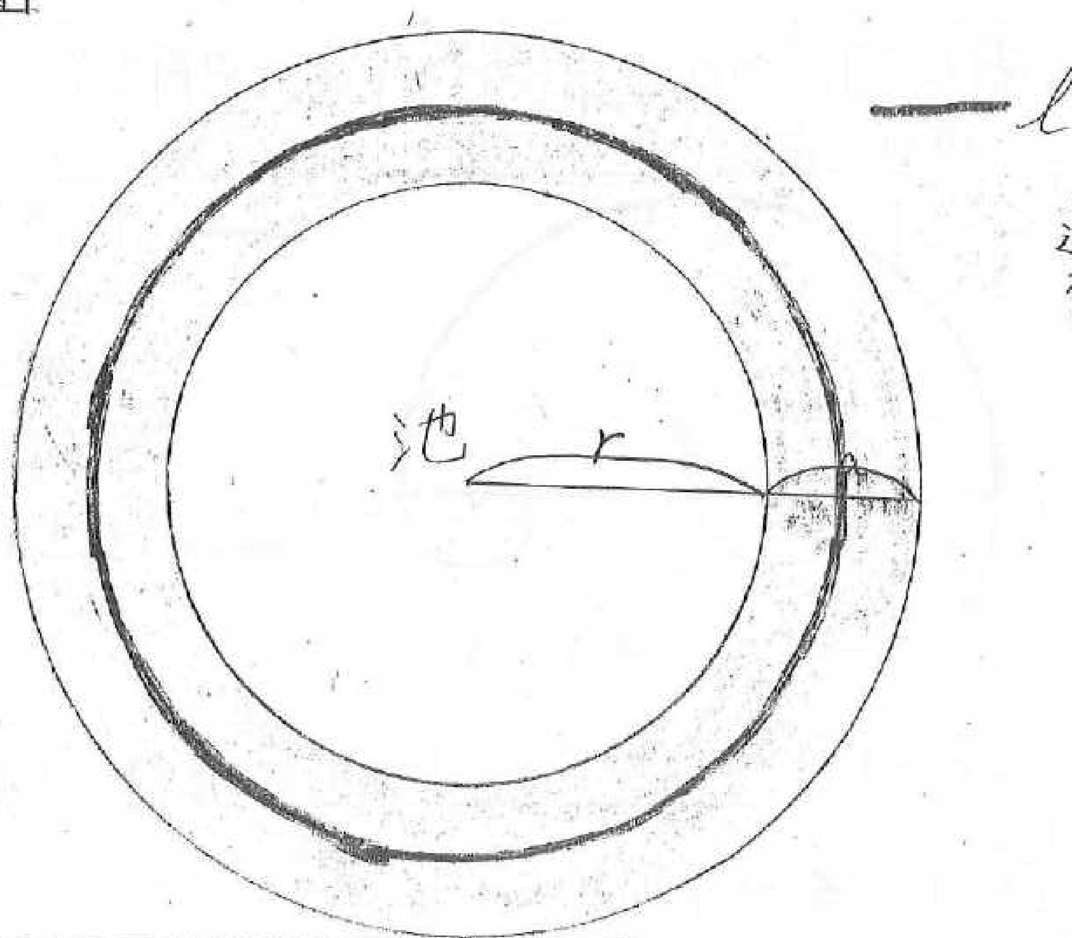
証明

AからBまでの道のりを4とおく。

すると、

①の道のりは、 $4 \times \pi \times \frac{1}{2} = 2\pi$

円周率 $\frac{180°}{360°}$

問1のつづき	②の道のりは、$(3+1)\times\underset{円周率}{\pi}\times\underset{\frac{180°}{360°}}{\frac{1}{2}}=4\times\pi\times\frac{1}{2}=2\pi$
	③の道のりは、$(2+2)\times\underset{円周率}{\pi}\times\underset{\frac{180°}{360°}}{\frac{1}{2}}=4\times\pi\times\frac{1}{2}=2\pi$
	④の道のりは、$(1+1+1+1)\times\underset{円周率}{\pi}\times\underset{\frac{180°}{360°}}{\frac{1}{2}}=4\times\pi\times\frac{1}{2}=2\pi$
	①の道、②の道、③の道、④の道、全て 2π。 よって、①、②、③、④の道のりは全て等しい。
問2、	公園に図のような、円の形をした池があります。 この池の周囲に、巾 a、道の真ん中を通る円周の長さが ℓ の道路をつけます。
	図
	
	この時、この道の面積は、$a\ell$ に等しくなります。

12 のつづき

証明

池の半径をrとおく。適当に$r=4$, $a=2$とおく。

道の面積は、

$(r+a)^2\times\pi-r^2\times\pi=(4+2)^2\times\pi-4^2\times\pi=6^2\times\pi-16\pi=36\pi-16\pi=20\pi$

道の真ん中を通る円周の長さが、

$2(r+\frac{a}{2})\times\pi=2(4+\frac{2}{2})\times\pi=2(4+1)\times\pi=8\pi+2\pi=10\pi$

$a\times l=2\times10\pi=20\pi$

道の面積、alともに20π。

よって道の面積とalは等しい。

問題の感想

問1に関しては、すごく簡単でした。でも、最初、同じ長さではない。と思っていたのに、等しかったので、びっくりしました。見た目ばかりに惑わされてはいけないと、思いました。問2に関しては、問1と同じような気持ちになり、問1より少し難しかったです。

一筆書きが可能なときの条件

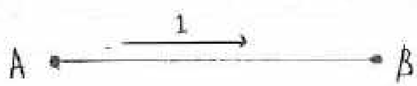
レポートのあらすじ・取り組み

僕は、「一筆書き」ができる条件を学習しようと思います。
「一筆書き」は、一度書き始めたらペン先を紙から離さずに最後まで図形を書くことで、同じ線を何度もなぞることはできません。その一筆書きが一体どの図形で可能なのか、実験してみようと思います。

レポートの内容

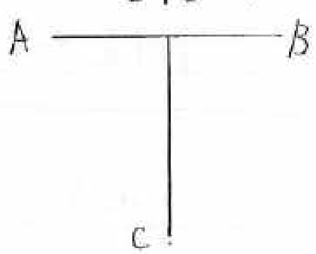
実験　（・印は書き始めと書き終わりの所）

[ア]



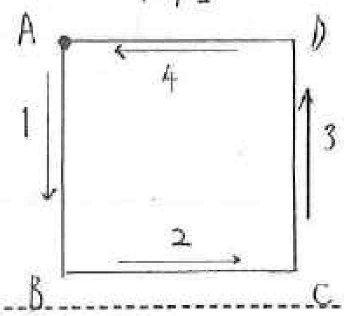
[ア]　これはあたり前ですが、一筆書きができます。
（というより、ただの線分です。）
〈A→B 又は B→A の順番に書く。〉

[イ]

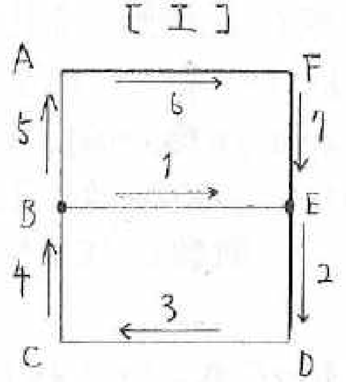


[イ]　しかし、こうなると一筆書きができなくなってしまいます。
〈×〉

[ウ]

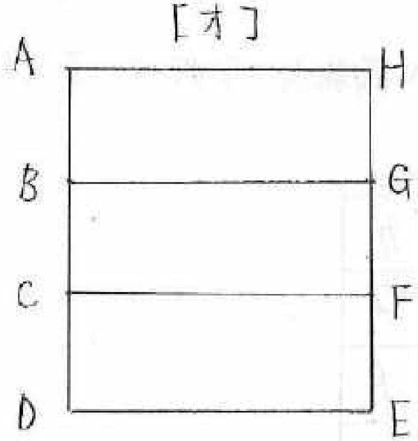


[ウ]　この図形は一筆書きが可能です。
〈A→B→C→Dなど〉

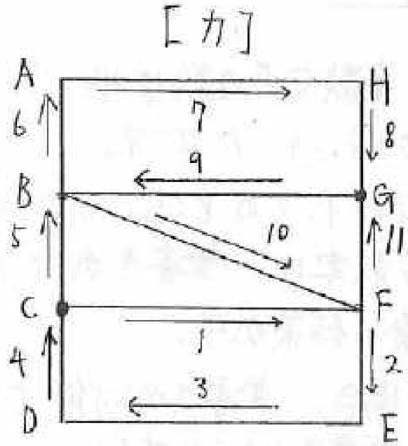


[エ] これも一筆で書けます。
(漢字の"日")

〈B→E→D→C→B→A→F→E など〉

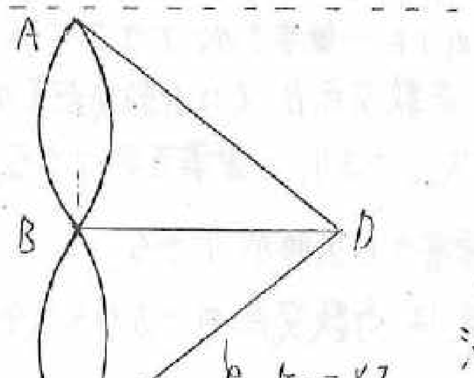


[オ] しかし、似たような図形(こっちは"目")でも、一筆書きできないものもあります。

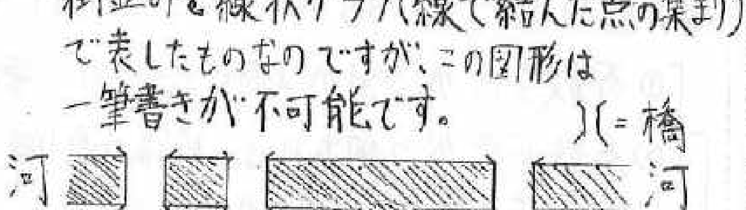


[カ] また、その反対で、一筆書きできないものに一本の線を加えるだけで一筆書きができるようになるものもあります。

〈C→F→E→D→C→B→A→H→G→B→F→G〉



今度は少し形を変えてみます。実はこれ、ケーニヒスベルクというプロシアの都市の街並みを線状グラフ(線で結んだ点の集まり)で表したものなのですが、この図形は一筆書きが不可能です。



実験のア～カや、「ケーニヒスベルクの橋」の例で、一筆書きができる共通した条件を調べたいと思います。まず、線の本数を数えてみると、アは1本、イは2本、ウは4本、エは点で分けると7本、オは10本、カは11本、そして「ケーニヒスベルクの橋」の例では線状グラフに直すと7本になり、その内一筆書きができたのはアとウとエとカです。……どうやら、線の本数は関係が無いようです。また、点の個数もオとカが同じ数ですから関係ありません。

実は、一筆書きができるかどうかは、その点に線が何本つながっているかに関係している様です。

線が奇数本つながっている交点を「奇数交点」、線が偶数本つながっている交点を「偶数交点」として、実験の結果を表にすると、

	ア	イ	ウ	エ	オ	カ
奇数交点の数	2	4	0	2	4	2
偶数交点の数	0	0	4	4	4	6
一筆書きが可能か不可能か	○	×	○	○	×	○

となって、一筆書きができるア、ウ、エ、カに注目すると、奇数交点の数は順に、2、0、2、2で、偶数交点の数は同じく順に、0、4、4、6です。偶数交点の0、4という数字は一筆書きができないイ、オのところにもあるので関係は無さそうですが、奇数交点の数の0、2という数字は一筆書きができるア、ウ、エ、カの特有のものです。したがって、この実験の結果から、「奇数交点がその図形の中に0個、もしくは2個ある場合、一筆書きが可能である」ということがわかります。また、ア、ウ、エ、カの図形を一筆書きしようとすると、奇数交点が0個のときはどの点から書き始めても一筆書きができますが、奇数交点が2個の場合、例えば"エ"だと、奇数交点B、又は奇数交点Eから書き始め、書き終わりもそのどちらかでないといけません。つまり、一筆書きができる条件は、

①奇数交点が0個か2個のときだけ一筆書きで図形ができる。
②奇数交点が2個あれば、回路の通り道は、奇数交点の一方からスタートし、もう一方を終点としなければならない。

の2つであるということがいえます。

～終わり～

エンピツ(六角エンピツ)を700回振って、出る目の確立、

レポートのあらすじ・取り組み

僕は、あまり難しい数式は、できないと思ったので、
六角エンピツを振って、確立を調べようと思った。
そして五百回を七百回にパワーUPさせたのだ。

レポートの内容

後ろのページの表の結果。

① $\frac{126}{700} \times 100$　18%　3位　(126個)

② $\frac{106}{700} \times 100$　15.14%　5位　(106個)

③ $\frac{135}{700} \times 100$　19.28%　1位　(135個)

④ $\frac{114}{700} \times 100$　16.28%　4位　(114個)

⑤ $\frac{100}{700} \times 100$　14.28%　6位、(100個)

⑥ $\frac{129}{700} \times 100$　18.4%　2位　(129個)

という結果になりました。

終わってから思ったんですけど
もうちょっと楽なテーマにしたらよかったと思ってます。

表 I

				100				200				300		
1	3	5	4	6	3	1	2	5	5	3	2	1	4	2
2	6	2	3	4	3	1	2	3	6	5	1	3	4	3
3	2	4	1	2	1	2	4	3	1	4	6	1	6	6
4	1	5	6	3	1	3	5	3	4	6	2	3	5	1
5	4	3	5	3	5	6	4	6	2	1	4	5	1	3
6	2	1	4	2	1	4	5	5	4	3	3	4	4	4
7	3	4	5	3	5	2	2	4	3	6	2	1	6	5
8	3	5	1	6	2	6	3	P	3	4	6	6	1	3
9	1	6	4	1	5	3	4	2	2	2	3	6	4	4
10	6	4	1	4	6	7	6	6	5	5	1	3	1	3
11	5	2	2	5	3	4	6	1	3	3	6	6	2	6
12	4	1	2	4	3	1	7	4	6	5	4	5	5	5
13	2	3	2	3	2	4	2	1	3	5	5	4	4	4
14	6	2	4	2	4	4	1	3	2	1	1	6	3	1
15	3	4	5	5	6	5	4	5	2	3	4	2	5	2
16	4	3	1	6	3	3	6	1	1	4	1	4	3	6
17	5	1	1	1	2	5	1	4	6	6	6	3	1	4
18	3	5	2	2	3	5	5	1	5	3	5	2	3	3
19	2	6	3	6	1	1	2	4	1	4	4	1	2	1
20	1	3	5	4	1	3	3	2	2	1	2	6	1	6
21	3	2	3	1	6	4	6	6	4	3	5	2	4	5
22	3	1	2	4	3	3	4	4	5	4	4	5	6	1
23	2	3	5	4	5	3	3	3	1	6	3	3	6	3
24	1	6	5	3	2	6	2	1	3	5	1	4	1	4
25	5	5	6	5	3	2	1	4	5	2	4	1	2	1

表2、

400　　　　　　500　　　　　　600　　　　　　700

3	1	1	2	6	2	5	1	2	2	3	6	1	4
2	4	6	5	6	2	6	5	3	5	4	3	6	1
6	2	6	5	1	4	1	2	4	3	6	4	3	4
1	5	6	5	3	5	3	4	1	4	3	2	4	3
5	6	3	3	1	1	2	3	4	6	5	6	6	5
2	3	3	3	2	3	4	5	2	5	1	2	1	6
2	4	6	5	1	3	6	6	1	3	3	6	2	1
4	2	4	3	5	4	3	1	1	3	2	4	5	6
6	6	4	5	3	2	6	3	3	5	1	1	4	3
4	6	3	2	1	3	1	5	4	1	2	4	2	6
1	5	6	6	1	5	4	4	2	5	6	3	1	2
3	3	1	1	4	4	2	2	1	2	4	3	3	5
6	4	5	3	6	2	2	1	5	6	2	6	5	5
4	3	2	2	3	4	6	3	1	5	5	3	4	4
2	3	2	4	6	2	3	6	6	2	2	5	4	1
5	1	1	5	1	6	6	6	2	4	5	4	4	6
6	5	1	3	6	3	4	3	6	4	3	2	5	2
2	7	1	4	1	6	2	3	5	3	1	5	5	3
6	3	3	2	5	5	5	2	6	6	1	2	3	6
5	2	4	1	3	1	3	1	2	6	3	5	2	4
6	1	5	3	2	5	1	6	1	1	1	1	4	5
2	5	1	6	6	3	3	5	2	3	4	6	1	5
3	2	1	3	1	1	1	2	5	6	5	3	6	2
1	3	6	6	4	2	4	5	6	3	1	2	6	4
3	6	4	1	3	6	1	1	1	2	1	4	5	1