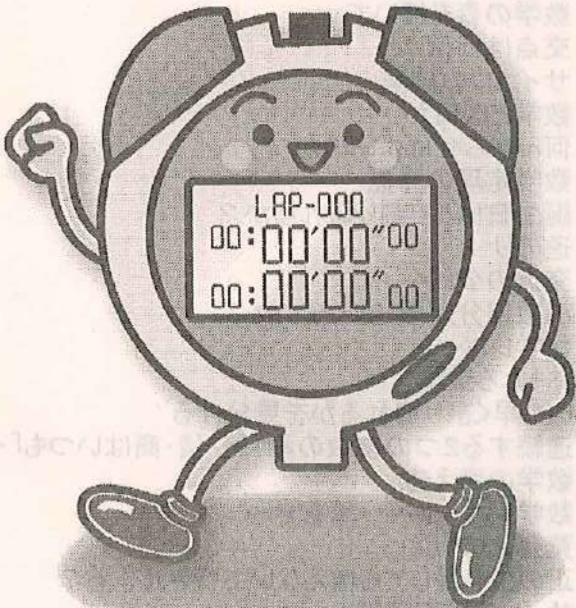
3年D組



中学校

Dクラス　目次

番号	氏名	タイトル	ページ
1		・・・・・・・・・ Time トラベル？	D- 1
2		・・・・・・・・・ 素因数分解	D- 4
3		・・・・・・・・・ 代数の法則について	D- 9
4		・・・・・・・・・ 接線の長さ	D- 12
5		・・・・・・・・・ サイコロの確率は本当に1/6か？	D- 15
6		・・・・・・・・・ 相似の関係	D- 18
7		・・・・・・・・・ 1998の数字を使って	D- 21
8		・・・・・・・・・ ポーカーの確率の問題＆ガリレオの友人の問題	D- 24
9		・・・・・・・・・ πについて	D- 27
10		・・・・・・・・・ 数学の森より	D- 30
11		・・・・・・・・・ 数学レポート	D- 35
12		・・・・・・・・・ 僕の誕生日と数学の魅力	D- 38
13		・・・・・・・・・ サイコロの目の確率	D- 42
14		・・・・・・・・・ 一筆書き出来る図形	D- 45
15		・・・・・・・・・ 数学の森を解いて	D- 48
16		・・・・・・・・・ 交点は何個？	D- 51
17		・・・・・・・・・ サイコロの確率	D- 53
18		・・・・・・・・・ 数学とは何か	D- 56
19		・・・・・・・・・ 何mずらせばよいのか？	D- 59
20		・・・・・・・・・ 数学定理の発見	D- 62
21		・・・・・・・・・ 誕生日は4で割り切れるか？	D- 65
22		・・・・・・・・・ 道のり	D- 68
23		・・・・・・・・・ 交点の公式	D- 71
24		・・・・・・・・・ 小数部分が限りなく続く数	D- 74
25		・・・・・・・・・ 数学レポート	D- 77
26		・・・・・・・・・ おもしろ数学	D- 80
27		・・・・・・・・・ いち早く割り切れるかを見分ける	D- 83
28		・・・・・・・・・ 連続する2つの整数の和･差･積･商はいつも「～」になる	D- 87
29		・・・・・・・・・ 数学の考え方	D- 90
30		・・・・・・・・・ 数学レポート～一筆書き～	D- 93
31		・・・・・・・・・ 黄金比の「謎」	D- 96
32		・・・・・・・・・ 正の数を足しても増えないで行き止まる？	D- 99
33		・・・・・・・・・ サイコロの不思議	D- 102
34		・・・・・・・・・ 連続した数の計算	D- 112
35		・・・・・・・・・ 明治x年、昭和m年は西暦何年か？	D- 115
36		・・・・・・・・・ 数学の森「図形」を解いて	D- 118
37		・・・・・・・・・ 数学を使った日常の疑問の解き方	D- 121
38		・・・・・・・・・ 「台形の公式」と「進数について」	D- 125
39		・・・・・・・・・ 関数による甲南マークの表現	D- 128
40		・・・・・・・・・ サイコロを1000回振る	D- 133
41		・・・・・・・・・ 算数オリンピックに挑戦	D- 136
42		・・・・・・・・・ 数学のグラフ	D- 139
43		・・・・・・・・・ 和算と算額	D- 142

Timeトラベル？(笑)

レポートのあらすじ・取り組み

計算を使って時を逆のぼりたいと思います。!
家族が産まれた日はなん曜日だったのとかについて
調べたいと思います。

レポートの内容

まず僕から。僕は1988年5/5です。

2003－1988＝15　(365×15＋4)÷7

$$\begin{array}{r} 365 \\ \times\ 15 \\ \hline 1825 \\ 365 \\ \hline 5475 \end{array}$$

＝(5475＋4)÷7

＝5479÷7

＝782…5

$$\begin{array}{r} 782 \cdots 5 \\ 7\,)\overline{5479} \\ 49 \\ \hline 57 \\ 56 \\ \hline 19 \\ 14 \\ \hline 5 \end{array}$$

2003年5/5は月曜(カレンダーより)

よって1988年5月5日は

A.木曜日

次はまず父から。父は S30 11/28 です

S63=1988 ⇒ S30=1955　2003−1955=48

(365×48+10)÷7=
2000年からうるう年分

17520+10=17520

17530÷7=2504…2

2003年 11/28は金曜
(カレンダーより)

よって 1955年 11/28 は日曜 //

365
× 48
2920
1460
17520

2504…2
7)17530
14
35
35
30
28

次は母で…。母は S32 11月7日です

S63=1988 ⇒ S32=1957　2003年−1957年=46年

(365×46+10)÷7=
2000年からうるう年分

16790+10=16800

16800÷7=2400

365
× 46
2190
1460
16790

2400
7)16800
14
28
28
0

2003年 11/17は金曜 よって 1957年 11/17は金曜 //

兄は前のやり方と僕の生まれた日からの2通りで

やってみます 兄は S60年 12/18なので…

S60=1985　2003−1985=18

(365×18+4)÷7　6570+4=6574
2000年からうるう年分

365
× 18
2920
365
6570

6574÷7= 939…1

2003年 12/18は木曜なので

よって 1985年 12/18は水曜 //

まず1通り…

1988年 5/5は木曜　1988年−1986年=2

(365×2+1)÷7

730+1=731

731÷7=104…3　1986年5/5は日曜

12月18日 で次の年5月5日= 13+125=138　138÷7=18…2

よって 1988年 12/18は火曜 //

最後はおじいちゃんで。S3 11/20なので

S3 =1928　2003年−1928=75

(365×75+18)÷7
うるう年は18回

27375+18=27393

27393÷7=3917…2

2003年 11月20日は木曜 (カレンダーより)

よって 1928年11月28日は土曜 //

素因数分解

レポートのあらすじ・取り組み

前置きに有理数と無理数に書き、√が有利数ではなく無利数であることをメインに書いたレポートです。

レポートの内容

前置き・有理数と無理数

1. 有理数

分数で表せる数（整数，分数）を有理数という

例

5（自然数，正の整数），0，−2（負の整数）は、それぞれ $\frac{5}{1}$，$\frac{0}{1}$，$\frac{-2}{1}$ と分数で表されるから有理数である。

$\frac{2}{3}$，$-\frac{1}{4}$（分数）も有理数である。

また 0.2，−1.4（小数）は、それぞれ $\frac{1}{5}$，$-\frac{7}{5}$ と分数で表せるから有理数である。

2. 無理数

分数では表せない数を無理数という

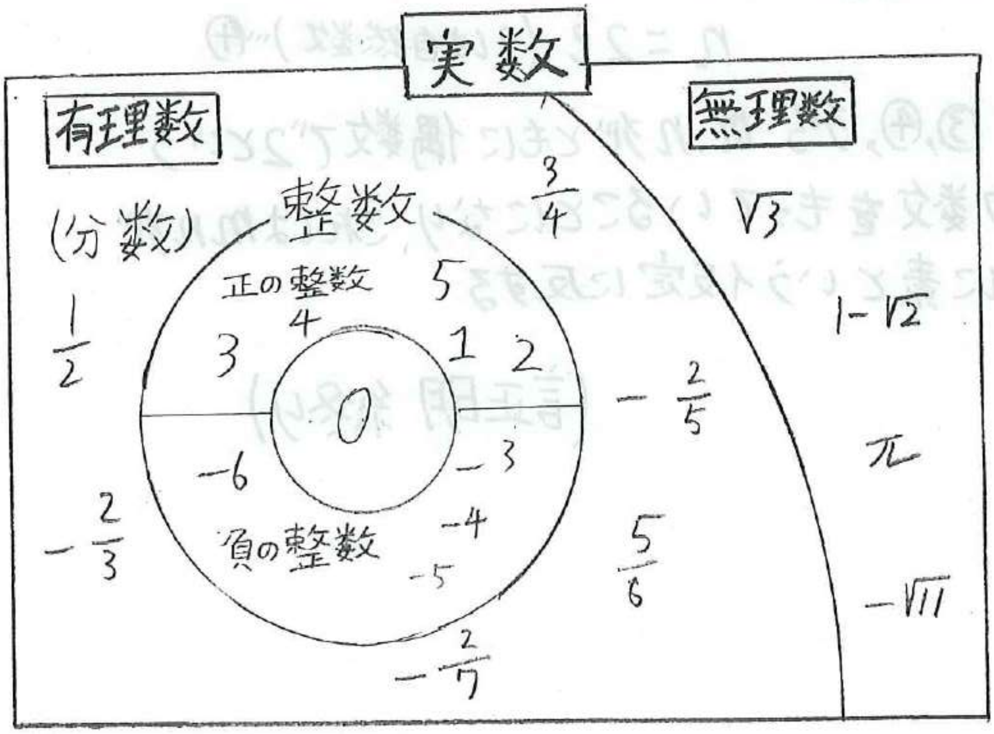
例 $\sqrt{2}$, $-\sqrt{5}$, π など

〔注意〕
根号($\sqrt{\ }$)のついた数でも $\sqrt{9}=3$ のように有理数になるものがある。

3. 数の分類

有理数と無理数をあわせた数の集合を実数という。
従って，実数は、数直線上のすべての点と対応する。

実数
- 有理数
  - 整数
    - 正の整数
    - 0
    - 負の整数
  - 分数
    - 有限小数
    - 循環小数
- 無理数 … 循環しない無限小数



4,

$\sqrt{2}$が有理数でないことを証明するには、
$\sqrt{2}$を有理数と置く $\sqrt{2}=\frac{m}{n}$…①（m, nは互いに素の自然数）
であるとすれば不合理であることを証明する。

証明

$(\sqrt{2})^2=2$なのだから，①から

$$2=\left(\frac{m}{n}\right)^2 \quad m^2=2n^2 \cdots ②$$

この式で$m^2=2n^2$は、偶数であるが，m^2が偶数ならば
m自身も偶数でなければならないから

$$m=2k \quad (k\text{は自然数})$$

とおくと②から

$$4k^2=2n^2 \qquad n^2=2k^2 \cdots ③$$

この式で $n^2=2k^2$ は偶数であるがn^2が偶数ならば
n自身も偶数でなければならないから

$$n=2l \quad (l\text{は自然数}) \cdots ④$$

すると③,④,からm、nがともに偶数で2という
公約数をもっていることになり、これはm nが
互いに素という仮定に反する

（証明終り）

しかし前の証明の場合、m^2が偶数でなければならないということが要点であるが、その理由がなぜかとなれば整数mは偶数か奇数である。

mが偶数ならばm^2は偶数

mが奇数ならばm^2は奇数

したがって

m^2が偶数となるのはm自身が偶数の場合になる

しかしこの場合では、$\sqrt{3}$が無理数であることが証明ができなくなります。

$\sqrt{3}$の証明

$$x^2=2 \quad (x>0) \cdots ①$$

①のxが$\sqrt{2}$であるが、このxが整数でも分数でもないことを証明すればいい

自然数 1、2、3、4、… の平方を考えると
1、4、9、16、… となる

この中に2は、ないから①のxは整数ではありえない

次にxが分数だとすれば、それは既約分数として

$$x=\frac{m}{n} \quad (n \neq 1)$$

と表すことができるが、この場合

$$x^2=\frac{m^2}{n^2} \quad (n^2 \neq 1)$$

となり m/n が既約分数ならば m^2/n^2 も既約分数であるからこれが約分されて

$$x^2 = \frac{m^2}{n^2} = 2$$

となることが不合理である。
したがって、x は分数でもありえない

（証明終り）

代数の法則について

レポートのあらすじ・取り組み

あらすじはサイコロの目の出る確立をしらべる実験と、その他の数学に関係のある本をつっ程、解いてあるレポートです。

レポートの内容

1、幼稚園でパーティが開かれました。会費は園児1人1000円ですが、心配な両親のために父親は10000円、母親は8000円の特別会費でパーティの参加を認めました。この結果、45人の参加で10万の会費が集まりました。父親と母親は、それぞれ何人ずつ参加したでしょうか。

解説：父親をx、母親をyとおき、園児が全て出席した時の10万円から引くと、

$100000-45\times100=55000$ となり、後は、父親と母親が負担する。

父親と母親は園児よりも9000円、7000円高い。

すると、

$9000x+7000y=55000$ となる

父親の人数	1人	2人	3人	4人	5人
余分の参加費	9000	18000	27000	36000	45000
55000円分からの残り	46000	37000	28000	19000	10000
7000円から割った値	$6\frac{4}{7}$	$5\frac{2}{7}$	4	$2\frac{5}{7}$	$1\frac{3}{7}$

上の表より父親が3人、母親が4人となる。

A、パーティに参加した父親3人、母親4人である。

2、99^{9999} を 2^4 で割ると、余りはいくつになるでしょうか。(実際に割り算をしないで余りだけを求めて下さい)

解説：まず 2^4 は16なので 99^{9999} を16で割ることを考える。99は $6\times16+3$ とかけれるので余りは3になる。次に、99^2 は $(6\times16+3)^2$ となり $(6\times13+3)^2=(6\times16)^2+2\times(6\times16)\times3+3^2$ とかける。これを16で割った余りは9、(3^2) となる。

99^2 を16で割った余りを求めるには、99を16で割り、余りの3を2乗したら余りを求めることができる。$9999=2499\times4+3$ なので $99^{9999}=(99^4)^{2499}\times 99^3$ という風に応用がきく。

$$99^4=(99^2)^2$$
$$=\{(6\times16+3)^2\}^2$$

6×16 を x とおく

$$=\{(x+3)^2\}^2$$
$$=(x^2+6x+9)^2$$
$$=x^4+6x^3+9x^2+6x^3+36x^2+54x+9x^2+54x+81$$
$$=\underbrace{x^4+12x^3+54x^2+108x}_{16で割りきれる}+\underbrace{81}_{16\times5+1}$$

99の4乗を16で割った余りは1となる。$(99^4)^{2499}$ を16で割っても余りは1である。

16×P+1という形になる

99^3 は $(6\times16+3)^2\times(6\times16+3)$　6×16を x とおく

$$=(x+3)^2\times(x+3)$$
$$=(x^2+6x+9)\times(x+3)$$
$$=\underbrace{x^3+9x^2+27x}_{16で割りきれる}+\underbrace{27}_{16+11}$$

99^3 を16で割った余りは11となる

$99^3=16\times Q+11$ という形になる

$$99^{9999}=(99^4)^{2499}\times99^3$$
$$(16P+1)(16Q+11)$$
$$=\underbrace{256PQ+176P+16Q}_{16で割りきれる}+\underbrace{11}_{余り}$$

したがって余りは11.

A、11

3、サイコロの目の出る確率

サイコロは目が普通6つある。それぞれの目の出る確率は $\frac{1}{6}$ であると思われるがしかし、6回振って全ての目が出るのであろうか。

そこで、僕はサイコロの目が出る確率を調べた。

	回数	確率	回数	確率	回数	確率
⚀	1	$\frac{1}{6}$	2	$\frac{2}{12}$	9	$\frac{9}{50}$
⚁	1	$\frac{1}{6}$	2	$\frac{2}{12}$	7	$\frac{7}{50}$
⚂	1	$\frac{1}{6}$	2	$\frac{2}{12}$	7	$\frac{7}{50}$
⚃	3	$\frac{3}{6}$	6	$\frac{6}{12}$	14	$\frac{14}{50}$
⚄	0	$\frac{0}{6}$	0	$\frac{0}{12}$	6	$\frac{6}{50}$
⚅	0	$\frac{0}{6}$	0	$\frac{0}{12}$	7	$\frac{7}{50}$
試行数	6		12		50	

	回数	確率	回数	確率	回数	確率	回数	確率	回数	確率	回数	確率
⚀	15	$\frac{15}{100}$	29	$\frac{29}{200}$	74	$\frac{74}{500}$	181	$\frac{181}{1000}$	405	$\frac{405}{2500}$	802	$\frac{802}{5000}$
⚁	15	$\frac{15}{100}$	31	$\frac{31}{200}$	77	$\frac{77}{500}$	173	$\frac{173}{1000}$	414	$\frac{414}{2500}$	823	$\frac{823}{5000}$
⚂	18	$\frac{18}{100}$	41	$\frac{41}{200}$	78	$\frac{78}{500}$	175	$\frac{175}{1000}$	420	$\frac{420}{2500}$	801	$\frac{801}{5000}$
⚃	21	$\frac{21}{100}$	36	$\frac{36}{200}$	93	$\frac{93}{500}$	148	$\frac{148}{1000}$	406	$\frac{406}{2500}$	840	$\frac{840}{5000}$
⚄	14	$\frac{14}{100}$	28	$\frac{28}{200}$	96	$\frac{96}{500}$	147	$\frac{147}{1000}$	430	$\frac{430}{2500}$	878	$\frac{878}{5000}$
⚅	17	$\frac{17}{100}$	35	$\frac{35}{200}$	82	$\frac{82}{500}$	176	$\frac{176}{1000}$	425	$\frac{425}{2500}$	856	$\frac{856}{5000}$
試行数	100		200		500		1000		2500		5000	

試行数6の4の確率を見てみると、確率は$\frac{1}{2}$である。
最初にのべたように、$\frac{1}{6}$の確率ででるはずなのに
$\frac{3}{6}$の確率ででてきた。
そこで200の4の確率を見てみると、全体的に
$\frac{1}{6}$の確率に近づきつつある。僕は、試行数を増やせば
増やすほど、確率$\frac{1}{6}$に近づくと考え、5000回、サイコロを
転がした。すると4の目は840回でた。これは、試行数
200回の時の$\frac{36}{200}$より$\frac{1}{6}$に限りなく近づいた。
また他の目にかんしても、同様に言える。
これは「ベルヌーイの法則」と言う。
これらのことより、確率は試行数を増やせば
増やすほど、真の確率に近づくことが分かった。

～感想～

この実験では1週間に1000回振り、5週間かけてやった。
回数を調べるにあたって、正の字を使うといった工夫をした。
試行数が少ない頃は、回数を重ねるごとに$\frac{1}{6}$という
予想した値に近づいたので実験が成功したと思った。

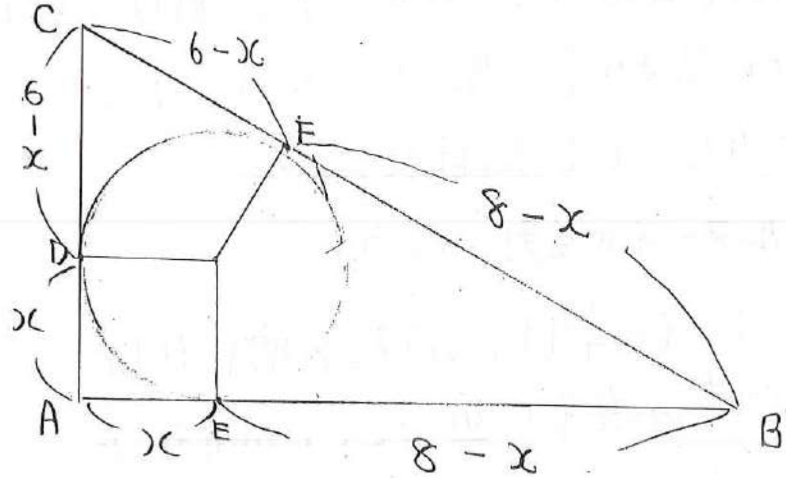
接線の長さ

レポートのあらすじ・取り組み

円に3つの方向から接線をひいて、三角形をつくるこの三角形の長さがわかっているとき円の半径がわかります。このやり方が3つあるので3つのやり方でやります。

レポートの内容

① 定理を使うやり方

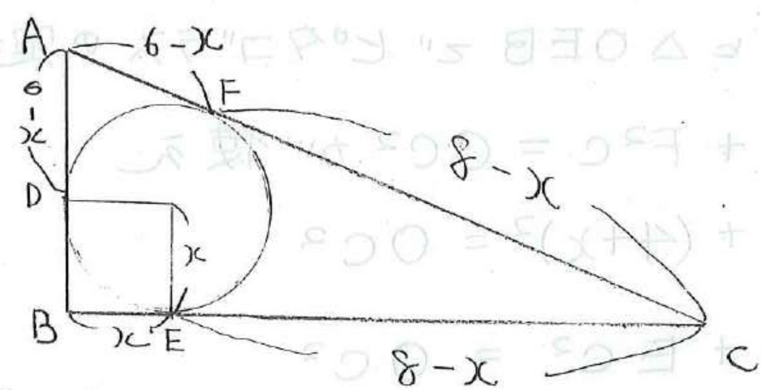


定理

円の外部の1点からその円に引いた2本の接線おいて、その点から2つの接点までの距離は等しい

この定理を使い接線をひくと、2本の長さは等しいので、CD＝CE＝6－x、BD＝BF＝8－x となる。CBは10cmなので $(8-x)+(6-x)=10$ よって $x=2$ AFは2cmになる。

⑵ 面積を使うやり方



正方形DBEO＋四角形ADOF＋四角形CEOF＝△ABC なので

$$(x\times x)+x(6-x)+x(8-x)=24$$

$$x^2+6x-x^2+8x-x^2=24$$

$$x^2-14x+24=0$$

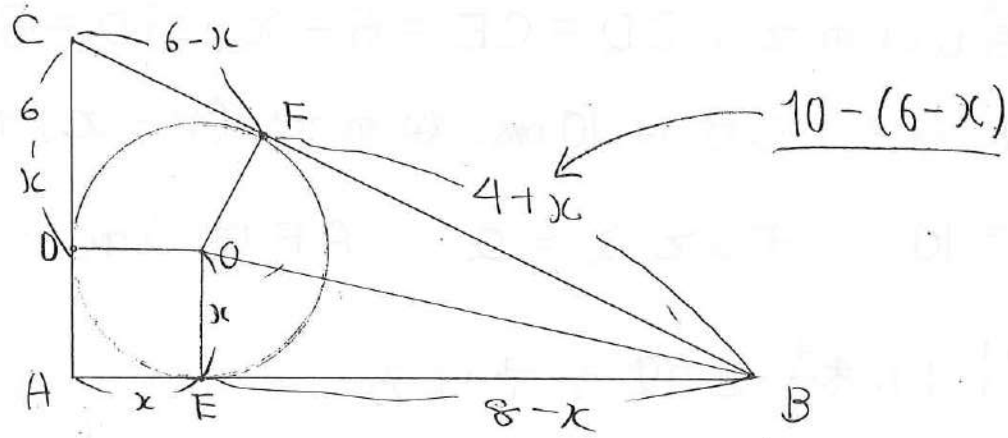
$$(x-2)(x-12)=0$$

$x=2、12$ になる

x が12だと辺ABをこえてしまうため

$x=2$ になる

③ ピタゴラスの定理を使う



△OFBと△OEBでピタゴラスの定理から

$OF^2 + F^2C = OC^2$ が使え

$x^2 + (4+x)^2 = OC^2$

$OE^2 + EC^2 = OC^2$

$x^2 + (8-x)^2 = OC^2$

OC^2 が同じなので

$x^2 + (4+x)^2 = x^2 + (8-x)^2$

$x^2 + (x^2 - 8x + 10) = x^2 + x^2 - 16x + 64$

$16 - 64 = 16x - 8x$

$-24x = -48$

$x = 2$ になる

サイコロの確率は本当に$\frac{1}{6}$なのか？

レポートのあらすじ・取り組み

僕は今まで、サイコロの確率は$\frac{1}{6}$と教えられてきたものだがサイコロをふった時に1、2などしかでなかった。
それでサイコロの確率が$\frac{1}{6}$とちがうのじゃないかと思ったのでこの実験をしてみた。

レポートの内容

サイコロを同じふり方で1200回、振ってみた。
1つの目に対して出る数は200回のはずである。

1の目…209回　6の目…170回

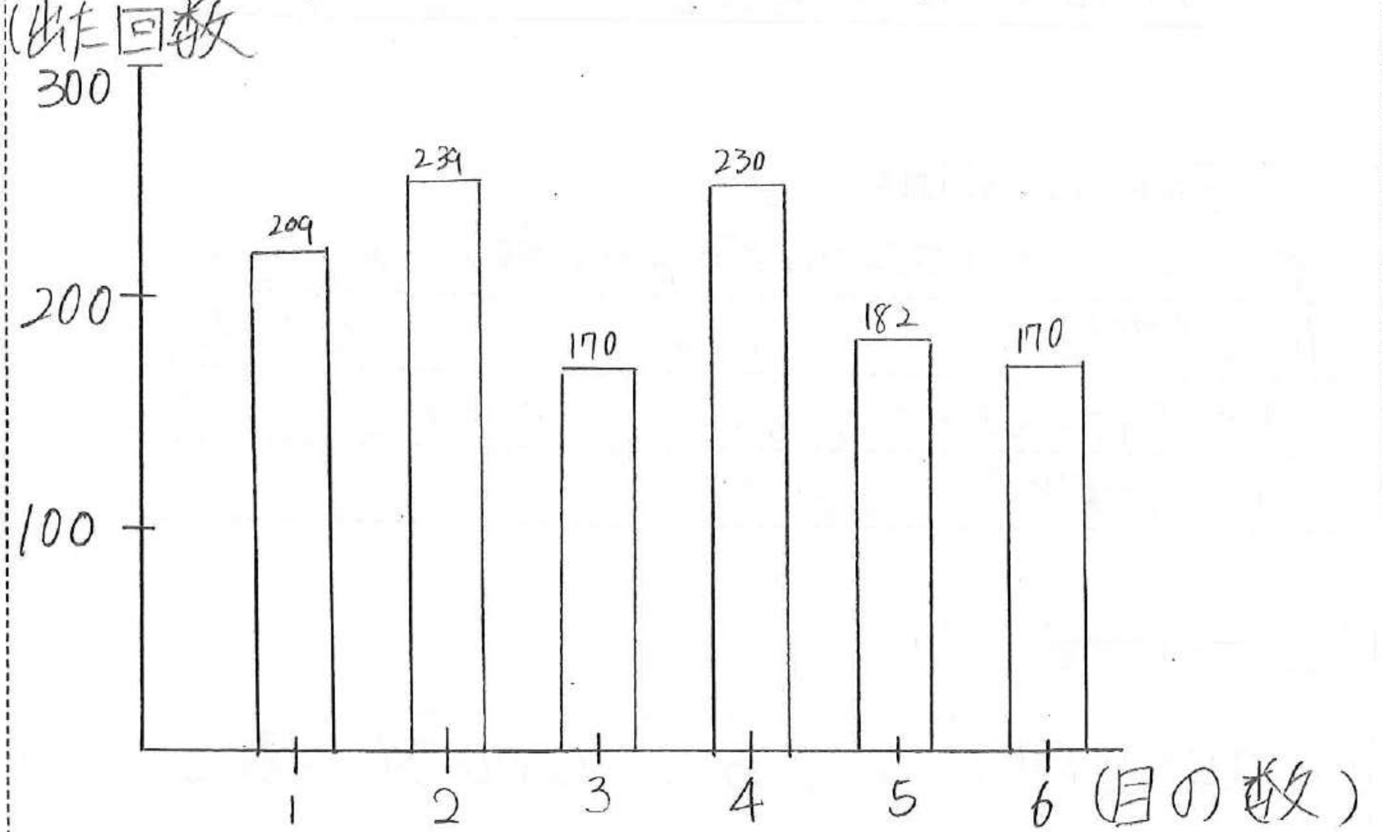
2の目…239回

3の目…170回

4の目…230回

5の目…182回

そしてグラフにもしてみた。



回数がばらばらになった。
しかし、僕はうたがいやすい性格なのでもう1度、1200回をちがうふり方でやってみた。

1の目…210回　　6の目…211回

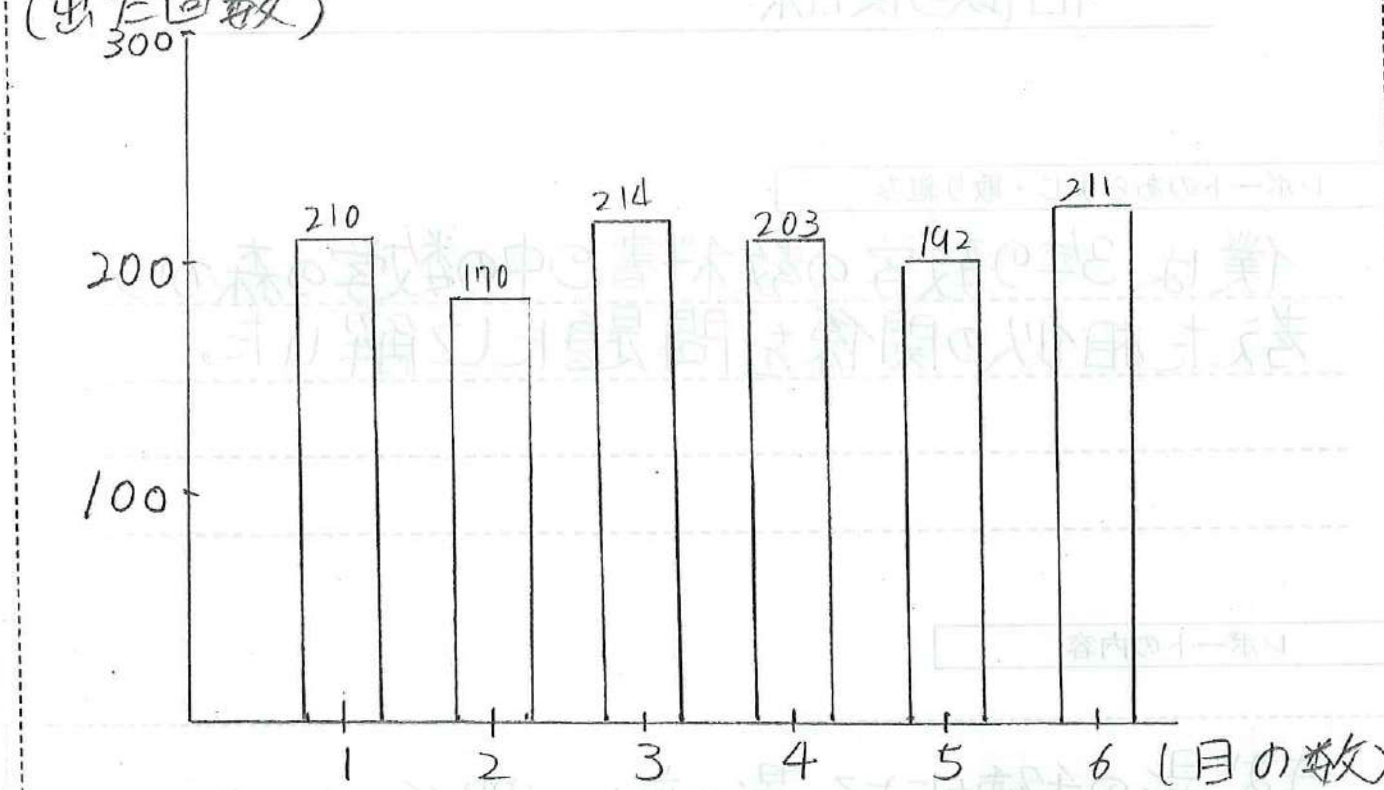
2の目…170回

3の目…214回

4の目…203回

5の目…192回

そしてもう1度グラフにしてみた。



二度目をやってみたら、さきよりあまりばらつきがなくなった。
でも平均を出すと200回ということは一回目も二回目も共通していた。つまり$\frac{1}{6}$という確率は誤っていないということがわかった。

相似の関係

レポートのあらすじ・取り組み

僕は、3年の数学の教科書の中の数学の森から考えた相似の関係を問題にして解いた。

レポートの内容

まず、影の移動による、影の高さの関係と、その物体の高さの関係を調べた。

$\boxed{\text{わかった事}}$

物体の高さが、1.5cmで壁までの距離が60cmの場合は、原点から物体までの距離をxとし、影の高さを$y$cmとした時の比は、$y=\frac{90}{x}$になった。
と言うことは、物体が壁に近づくにつれ、影は、小さくなっていく事が、わかった。

影の変化

右の図のように、高い壁から60cm離れた地面に、ライトを置き高さ1.5cmの物体Aがライトから壁に向かってまっすぐ移動した。壁にできる影の長さはどのように変化するのか？

図1

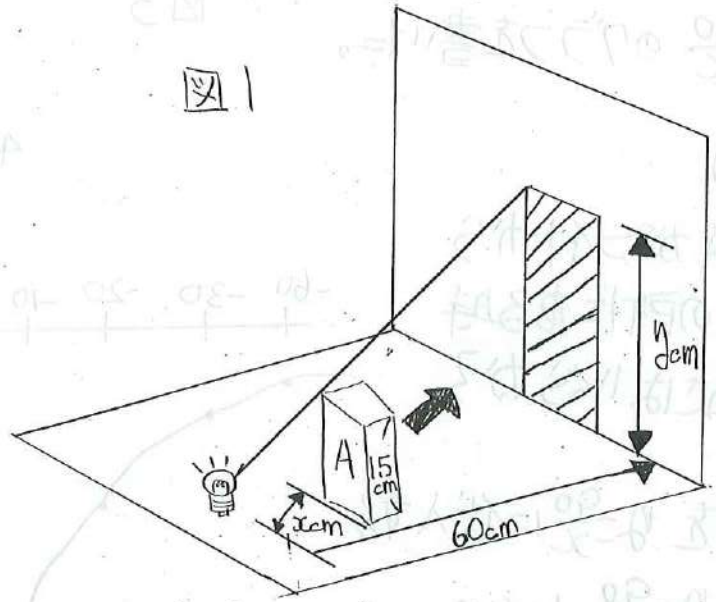
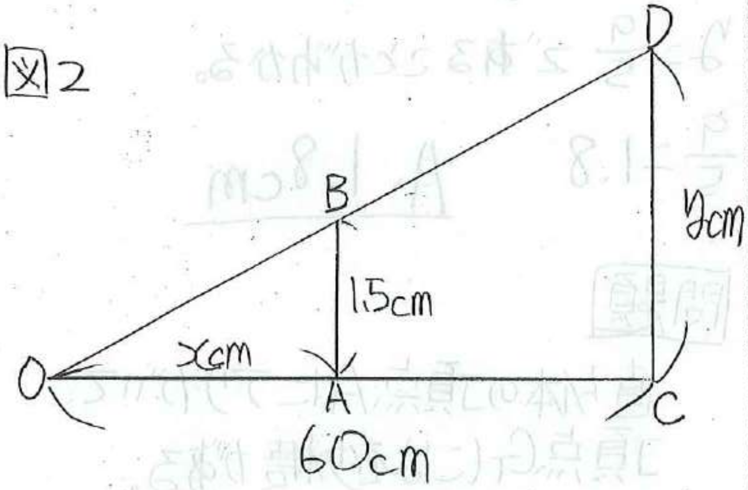


図2



横から見た図で考えると、
△OAB∽△OCD
となる。
そこで、ライトからxcmの位置に立つ時、壁にできる影の高さをycmとすると、

$$x:60=1.5:y$$

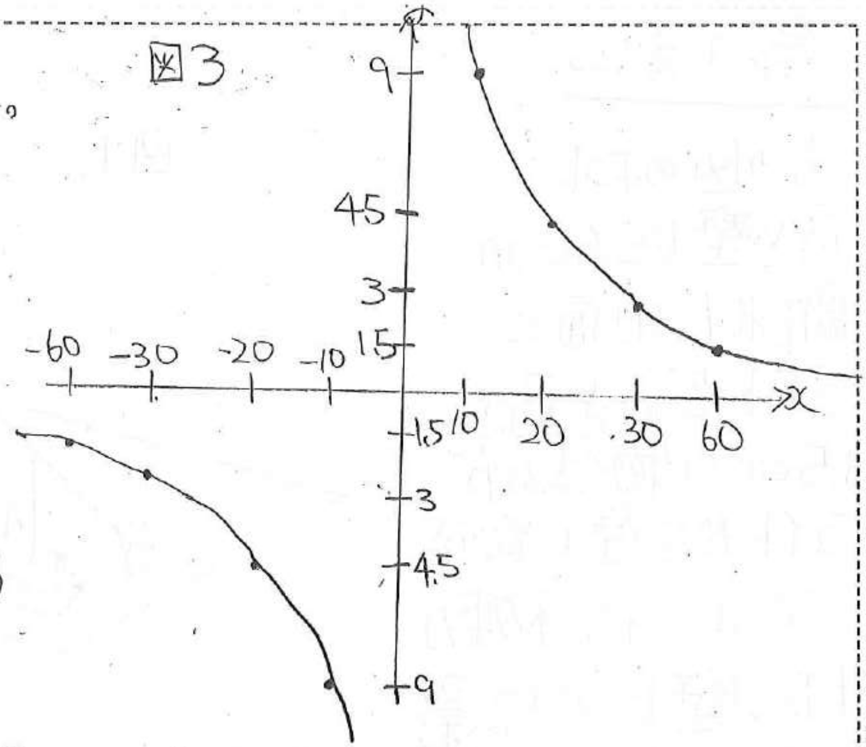
これをyについて解くと、

$$y=\frac{90}{x}$$

となり、yはxに反比例する関数になる事がわかる。

$y=\frac{90}{x}$ のグラフを書いた。

図3



問題

物体Aがライトから50cmの所にある時影の高さはいくらか？

答

$x=50$ を $y=\frac{90}{x}$ に代入する

すると、$y=\frac{90}{50}$ になり、

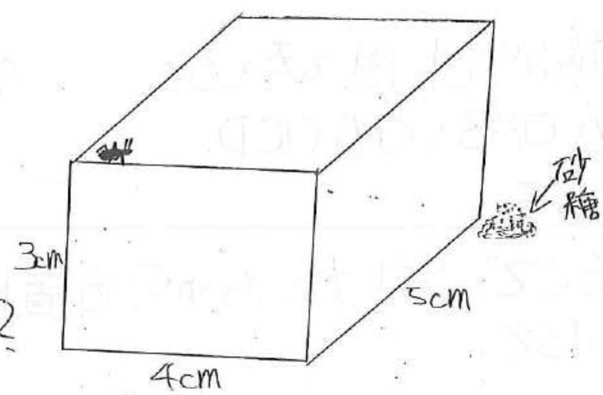
$y=\frac{9}{5}$ であることがわかる。

$\frac{9}{5}=1.8$　　A. 1.8cm

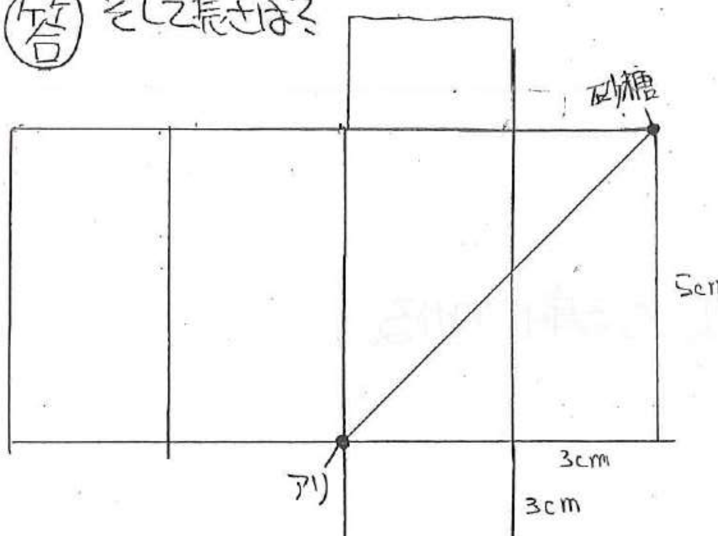
問題

直方体の頂点Aにアリがいて、頂点Gには砂糖がある。

アリが砂糖の所まで行くのに最も近い距離はどんなコースか？そして長さは？



答



まず展開図にする。

赤い線の距離が最短距離。

長さは、

$7^2+5^2=\bigcirc^2$

$49+25=74$

$\sqrt{74}$

A. $\sqrt{74}$cm

1998の数字を使って

レポートのあらすじ・取り組み

インターネットで問題さがしていて、おもしろそうなものがあったので
それを解きたいと思ってこの問題にしました。

レポートの内容

問題

1998の数字を使って0〜100の数字を作ることに挑戦してみよう。

約束

◦＋−×÷ を使います。
◦( )や{ }を使ってもよろしい。
◦√ も使ってもよろしい。
◦1998の順番を変えてはいけません。
できないときはこん記号を使ってもよろしい。
◎5の3乗は、5^3 と表します。(累乗)
◎5!＝1×2×3×4×5＝120 (階乗)
◎[3.14]＝3 (ガウス記号)
できたら使わない方がいい。

ガウス記号

◦[ ]で表される関数。
ある値を越えない最大の整数値を表す。
(例)
xを実数、nを整数とするとき、$n \leqq x < n+1$
ならば、$[x]=n$である。
例えば、$[2.34]=2$、$[-3.54]=-4$となる。

$1+9+9+8=27$	$1-9+9+8=9$	$1+9+9-8=11$	$1+9-9+8=9$	$1+9\times9+8=90$
$1\times9\times9+8=89$	$1\times(9\div9)\times8=8$	$1\times(\sqrt{9}\times\sqrt{9})\times8=72$	$1+(\sqrt{9}\times\sqrt{9})+8=18$	$1+(\sqrt{9}\times\sqrt{9})\times8=80$
$1\times(\sqrt{9}\times\sqrt{9})+8=17$	$1\times(\sqrt{9}\times\sqrt{9})-8=1$	$1+(\sqrt{9}\times\sqrt{9})-8=2$	$1-(\sqrt{9}\times\sqrt{9})+8=0$	$1+9\times9-8=74$
$1\times(9\div9)+8=9$	$1+(9\div9)+8=10$	$1+(9\div9)\times8=16$	$1-(9\div9)+8=8$	$1-(9\div9)\times8=0$

まとめ

0	$1-(\sqrt{9}\times\sqrt{9})+8=0$　$1-(9\div9)\times8=0$
1	$1\times(\sqrt{9}\times\sqrt{9})-8=1$
2	$1+(\sqrt{9}\times\sqrt{9})-8=2$
8	$1\times(9\div9)\times8=8$　$1-(9\div9)+8=8$
9	$1-9+9+8=9$　$1+9-9+8=9$　$1\times(9\div9)+8=9$
10	$1+(9\div9)+8=10$
11	$1+9+9-8=11$
16	$1+(9+9)\times8=16$
17	$1\times(\sqrt{9}\times\sqrt{9})+8=17$
18	$1+(\sqrt{9}\times\sqrt{9})+8=18$
27	$1+9+9+8=27$
72	$1\times(\sqrt{9}\times\sqrt{9})\times8=72$
74	$1+9\times9-8=74$
80	$1+(\sqrt{9}\times\sqrt{9})\times8=80$
89	$1\times9\times9+8=89$
90	$1+9\times9+8=90$

この問題を解いて

この問題を解いて思ったことは：1998という1つの数字からでもたくさんの数字を作ることができるということにとてもおどろきました。

苦労したこと

最初のほうはすぐに作れるけど、後のほうになると( )とか、√を使っていかないと作れないのでそこらへんが苦労しました。

1/25 訂正

ポーカーの確率の問題 & ガリレオの友人の問題

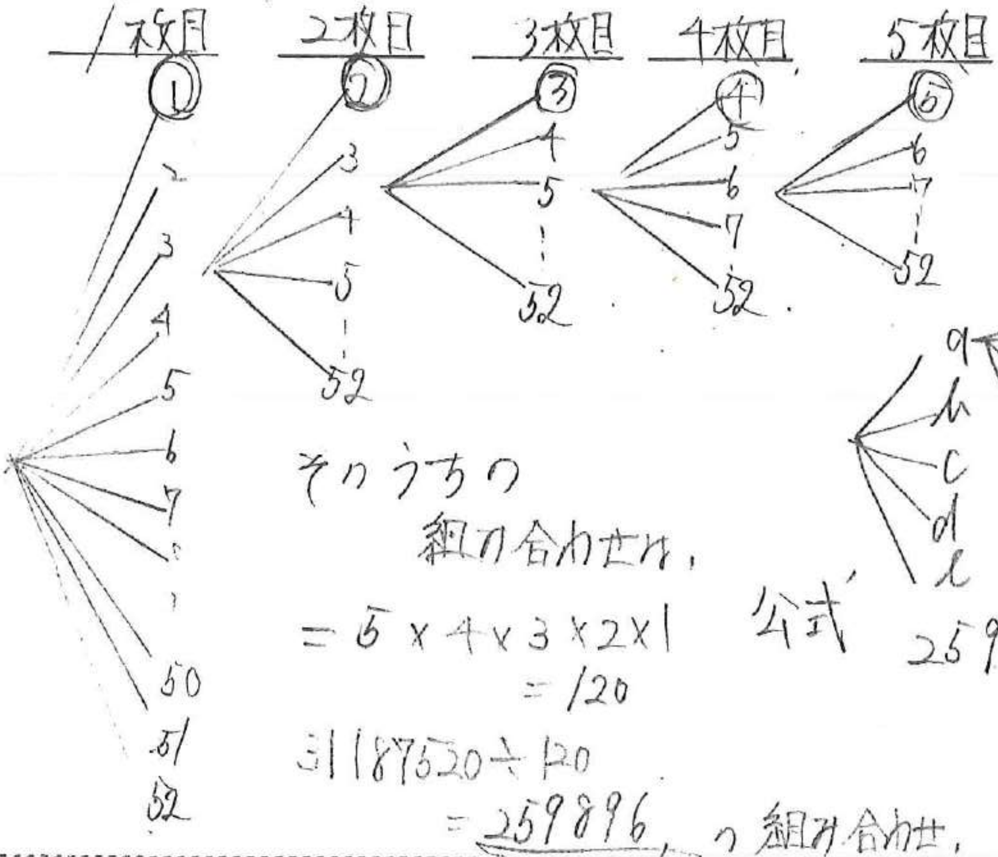
レポートのあらすじ・取り組み

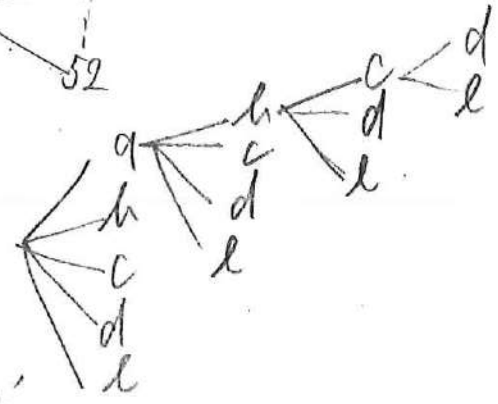
ポーカーは、ジョーカーを除く52枚を使用する。ゲームルールとしては
この中から5枚取り、そのカードの組み合わせによって勝敗が決まる。
勝敗の決め方としては、ワンペア、ツウペア、スリーカード、ストレート、フラッシュ
フルハウス、フォアカード、ストレートフラッシュ、ロイヤルストレートフラッシュと
いった組み合わせが存在する。僕は、この組み合せが
出る確率を割り出してみることにした

レポートの内容

トランプのすべての組み合わせは、

52枚から5枚を取り出す。





そのうちの
組み合わせは、

$= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
$= 120$

$31187520 \div 120$
$= \underline{259896}$ の組み合わせ。

公式 $259896 = \dfrac{52 \times 51 \times 50 \times 49 \times}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$

しかし、実際には、役のできる確率は、親が子に5枚配った後に、子が、その手により(パスもあり)1回だけ5枚以内でカードを変える事が可能なため、実際には、確率は、もと高くなる。今回、求めるのは、カードを渡された時点での確率である。

ワンペア　同じ数字のカードが2枚

$$\frac{5\times13\times13\times12\times11}{2598960} = \frac{111540}{2598960} \quad \frac{1}{2.37}$$

スリーカード…同じ数字のカードが3枚

$$\frac{4\times13\times4\times12\times4\times11}{2598960} = \frac{1}{48}$$

ストレート…マークに関係なく数字がつながっている

$$\frac{9\times5\times4\times13}{2598960} = \frac{1}{255}$$

フラッシュ　数字に関係なくすべてのカードが同じマーク

$$\frac{13\times12\times11\times4\times9}{2598960} = \frac{1}{509}$$

フォアカード…同じ数字が4枚そろう

$$13\times\underbrace{12\times4}_{5枚目のカード} = 156\times4 = 624, \quad \frac{624}{2598960} \quad \frac{1}{4165}$$

フルハウス、ワンペア1組とスリーカード1組

$$\frac{4\times13\times5\times12}{2598960} = \frac{3120}{2598960} = \frac{1}{697}$$

ストレートフラッシュ　数字がつながっていて同じマークのカードが5枚そろう

1, 2, 3, 4, 5 … 9, 10, J, Q, K

$$\frac{36}{2598960} = \frac{1}{72993} \quad \frac{1}{72993}$$

ロイヤルストレートフラッシュ、10・J・Q・K・Aが揃った時

絵柄はハート、スペード、クローバー、ダイヤの計4通り

$$\frac{4}{2598960} \quad \frac{1}{649740}$$

ツウペア　同じ数字のペア(ワンペア)が2つ

ガリレオの友人の問題

Q ガリレオは、賭事好きの友人から、3つのサイコロを同時に投げるとき、その目の和が9のときと、10のときは、それぞれ6種類ずつで同じなのに、実験してみると、目の和が10になるほうが多いのはナゼなのか？

A 目の和が、9,10の6種類は、

目の和が9		目の和が10	
[1,2,6]	[1,3,5]	[1,3,6]	[1,4,5]
[1,4,4]	[2,2,5]	[2,2,6]	[2,3,5]
[2,3,4]	[3,3,3]	[2,4,4]	[3,3,4]
計6通り		計6通り	

両方とも6通りである。

の6通りである。だから、この2つの事が起こる確からしさは同じである

→しかし、実際に調べてみると、起こりうる可能性は、$6 \times 6 \times 6 = 216$.

和が10の組み合わせ、

(1,2,6)(1,3,5)(1,4,4)(1,5,3)
(1,4,3)(2,5,2)(2,6,1)(3,1,5)
(1,6,2)(2,1,6)(2,2,5)(2,3,4)
(3,2,4)(3,3,3)(3,4,2)(3,5,1)
(4,1,4)(4,2,3)(4,3,2)(4,4,1)
(5,1,3)(5,2,2)(5,3,1)(6,1,2)
(6,2,1) 計25通り

和が10になる組み合わせ、

(1,3,6)(1,4,5)(1,5,4)(1,6,3)
(2,2,6)(2,3,5)(2,4,4)(2,5,3)
(2,6,2)(3,1,6)(3,2,5)(3,3,4)
(3,4,3)(3,5,2)(3,6,1)(4,1,5)
(4,2,4)(4,3,3)(4,4,2)(4,5,1)
(5,1,4)(5,2,3)(5,3,2)(5,4,1)
(6,1,3)(6,2,2)(6,3,1) 計27通り

確率 $\frac{25}{216}$ と $\frac{27}{216}$.

結論 → 目の和が9になることより目の和が10になる方が有利.

この2つの確率の差を実際に求めてみると、

πについて

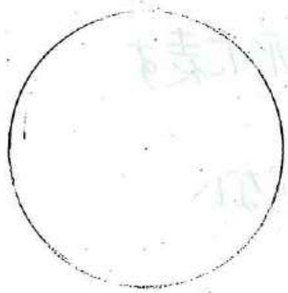
レポートのあらすじ・取り組み

π(パイ)は3.14・・・と無限に続く数であるが、実際に計算をして3.14・・・となるかを知べる。

レポートの内容

π(パイ)は3.14・・・と無限に続く数

円について

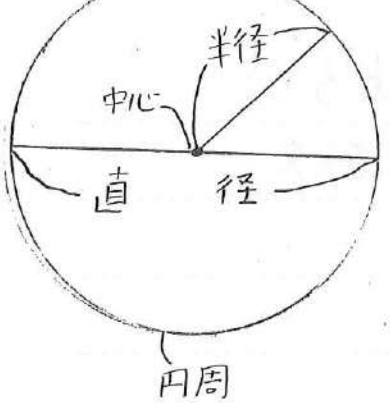


自分で円を書くつもりですると右図のようなものができる。

しかし右図のものは"円"ではなく"まる"に当てはまる。
しかし左図のものは"まる"ではなく"円"になる。
"円"になる条件は1つの点から等しい距離にある点をたどったときにできる図形のことである。コンパスを使うと簡単にきれいな"円"が書ける。コンパスの針がおかれた点，つまり円の真ん中を「中点」まるい線のことを「円周」といいまた中点から円周の上の点を結んだ線を「半径」、半径を反対側の円周まで伸した線を「直径」という。

π とは | πは円周が直径の何倍になっているかを表す数

π＝円周÷直径



どんな大きさの円でもπは同じ数になる。
πの値は3.1415・・・と無限に続くが、ふつうは3.14として使っている。
式を書きかえて円周を求める式にしてみると

円周＝直径×π

円周＝半径×2×π

πは分数で表せない |

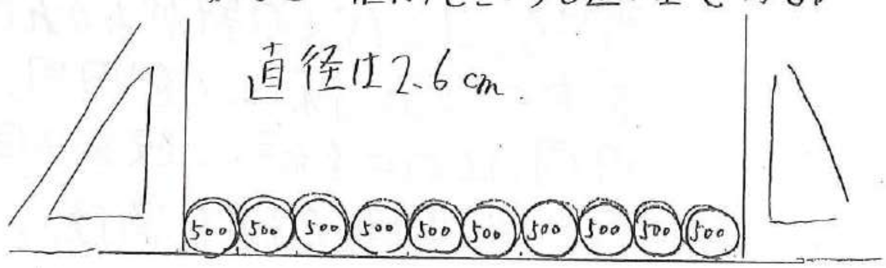
・πは無限に続く。そしてくり返すこともない
このような無限に続いてくり返さない数のことを無理数という。
分数は小数に直したときどこで割り切れて終りになるか(有限小数)
必ずどこかでくり返す(循環小数)の2つしかなく
πは無限に続いていく(無理数)なので分数の形に表すことができない。
無理数はπのほかに√2，√3など方程式の解にならない無理数があり、超越数とよばれる。

πを測る |

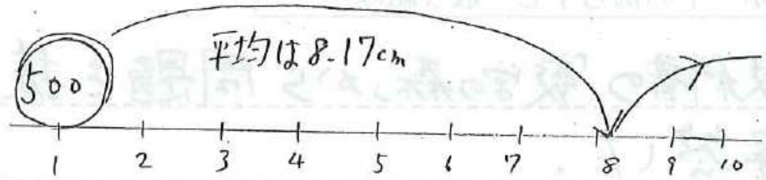
実験－500円玉でする。

1.直径を測る

小さいので直径を測るのはむずかしく、誤差が大きくなるので十個用意して下の図のように並べて測り、十で割ると一個のときよりも正確である。



2、周を測る
500円玉をものさしの上でころがす.
一回転では正確ではないので連続して
3〜5回転させて平均をとり一回転分を出す.



この実験をもとにπを求めると

$\frac{8.17}{2.6}$ = π なので

8.17÷2.6 = 3.1423076923…

となりました.

計算

```
      3.1423076923
2.6)8.17
    78
     37
     26
     110
     104
       60
       52
        80
        78
        200
        182
         180
         156
          240
          234
           60
           52
           80
           76
            40
```

πの世界記録は10億ケタで日本人の
金田康正がもっている。
正確にπとは
3.141592653589793238462643383279
502884197169399375105820974944
5923078164062862089986280348253421170679…
とまだまだ無限に続いていく.
ここで紹介したのはたったの100ケタでこれの1000万倍した
ところまで答えがでている.
自分で計算したところ3.14のところまではあっているが
そこからずれていっている.

πについては本当に奥がふかかった.
今はスーパーコンピューターで10億ケタなので今後はさらに伸びると思う.
別のものでもこのように円であれば3.14…と続いていくかを
いつか確かめたいです。
自分で計算したのは10ケタなので次はもう少しいきたいです.

教科書発展問題
「数学の森」より

レポートのあらすじ・取り組み

教科書の「数学の森」から問題を抜粋し、証明もしくは解答した。

レポートの内容

1.誕生日の算出

「数学の森」の中に次のような法則がのっていたので、これを証明してみよう。

①生まれた月を10倍して生まれた日を足す
②①を5倍して生まれた日の4倍を引く
③②を2倍して生まれた日を引くとその数が誕生日

というわけで、誕生日にはそういう不可思議な法則があるという。

先ず文字式を立てよう。　生まれた月をx月
　　　　　　　　　　　　　〃　日をy日とする。

$$2\{5(10x+y)-4y\}-y=100x+y$$

僕の誕生日 1.27を代入してみよう。

（途中式略）

$$2\{\underbrace{5(10+27)}_{50+135}-108\}-27$$

$$=\underbrace{2(185-108)}_{2\times 77}-27$$

$$=154-27=127$$

たしかに合致する。では何故こうなるのか。
順を追って確めてみよう。

$$2\{5(10x+y)-4y\}-y=100x+y$$

～$x=1$　$y=27$～（僕の誕生日）

$$2\{5(10+27)-\underbrace{108}_{27\times 4}\}-27$$ となる

最後に27を引くということは

$2\{5(10+27)-108\}$ が $100x+2y$ になっている必要がある。

2倍するということは

$5(10+27)-108$ が $\dfrac{100x+y}{2}=50x+y$ となる。

108を引くということは

$5(10+27)$ が $50x-3y$ である、ということになる。

5倍するということは

10+27が $\dfrac{50x-3y}{5}=10x-\dfrac{3}{5}y$ である。

まとめると、

$$10+27=10x-\frac{3}{5}y$$
$$5(10+27)=50x-3y \quad \frac{1}{5}$$
$$5(10+27)-108=50x+y \quad +108$$
$$2\{5(10+27)-108\}=100x+2y \quad \frac{1}{2}$$

となる。

$$2\{5(10+27)-108\}-27=100x+2y-y$$
$$=100x+y$$

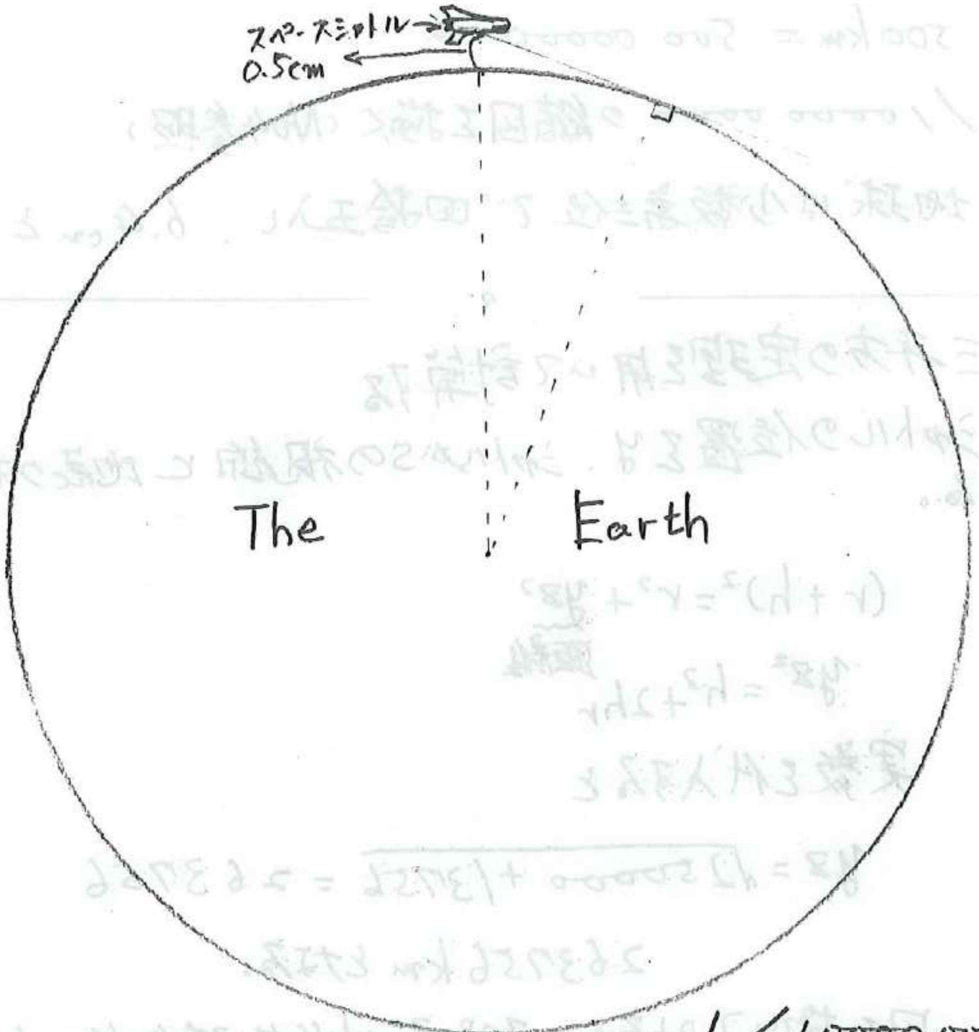
となる。

$2\{5(10+27)-108\}-27=100x+y$ は分解すると実はこんなふうに出来ていたのだ。

元から分かった誕生日を代入して出てくる答えが誕生日なら何の役にも立たない、という人がいるかもしれないが、世の中役に立つ立たないって判断していては余りにも味けない。こういう生活にひそむ規則性を見つけるのも面白くはないだろうか。

<次はスペースシャトルから見た地球>

2.「地球は青かった」…スペースシャトルから見える地表の面積はどの程度なのか.



1／10000 0000

人類史上初めて宇宙から地球を見たソ連の宇宙飛行士ユーリ・ガガーリンは、宇宙船ヴォストーク1号から「地球は青かった」と言った。水の惑星の恵みを思わせる一言である。

それはそれとして、今、アメリカが誇る宇宙船スペースシャトルからは、どのくらいの範囲が見えるのだろう。

地球の半径 6378Km（正確には球形ではないが）
ーrとするー

シャトルの高度 500Km ーhとするー

r を cm になおすと

6378 km = 637800000 cm

h を cm になおすと

500 km = 50000000 cm

1/1000000000 の縮図を描く（No4参照）

地球は少数第三位で四捨五入し、6.4 cm とする。

三平方の定理を用いて計算する

（シャトルの位置をY、シャトルからSの視線と地表の接点をZとする。）

$(r+h)^2 = r^2 + \underbrace{YZ^2}_{距離}$

$YZ^2 = h^2 + 2hr$

実数を代入すると

$YZ = \sqrt{250000 + 13756} = 263756$

263756 km となる。

図を描いてみると、スペースシャトルは随分低いところを飛んでいるものだ。又、地球の表面積から考えるとスペースシャトルが見える部分はほんの少しである。宇宙や地球から見ると、人間は実に小さな存在なのだ。

今人間は科学の著しい進歩で何でも出来ると思っているが、宇宙全体から見れば、自分達は小さな存在である、ということを忘れてはいけない。又そういった小さな存在だからこそ、かけがえのないものであり、人命、人権は尊重しなければならないのではないだろうか。

数学レポート

レポートのあらすじ・取り組み

レポートの内容は、因数分解や影の長さ、図形です。インターネットのサイトや教科書から問題を見つけて、調べたり計算して、解答しました。

レポートの内容

1 因数分解

例 $11 \times 11 = 121$

$111 \times 111 = 12321$

$1111 \times 1111 = 1234321$

⋮

$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$

証明

1番大きな数を中心に連続する数がならぶ時(例.121)その数を分解した数は(例 $121 \rightarrow 11^2$ $12321 \rightarrow 111^2$)全てのけたの数が1で、その答えを2乗したものになる。そして、その1の数は、最初の1から最大の数までの個数となる。

(例 $\underbrace{123}_{3つ\ 最大の数}21 = \underbrace{111}_{3つ}{}^2$)というふうになる。

② 影の変化

問題

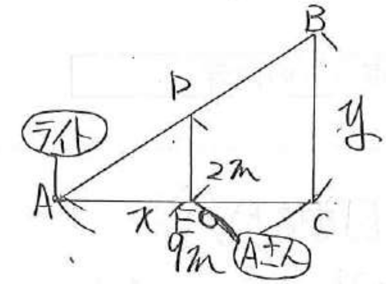
高い壁から9m離れた地面にライトを置き、身長2mのAさんが壁に向かってまっすぐ歩きました。壁にできる影の高さは、どのように変化するか

証明

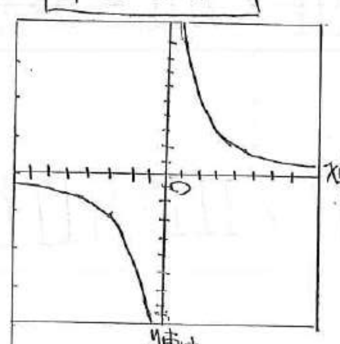
横から見た図を書くと、右の図のようになり、
△ADE∽△ABCとなる
そこで、ライトからxmの位置に立つ時、壁にできる影の高さをycmとすると
$x:9=2:y$
これをyについて解くと

$$\boxed{y=\frac{9}{x}}$$

よってライトからの距離と壁にできる影の高さは反比例する。



証明2

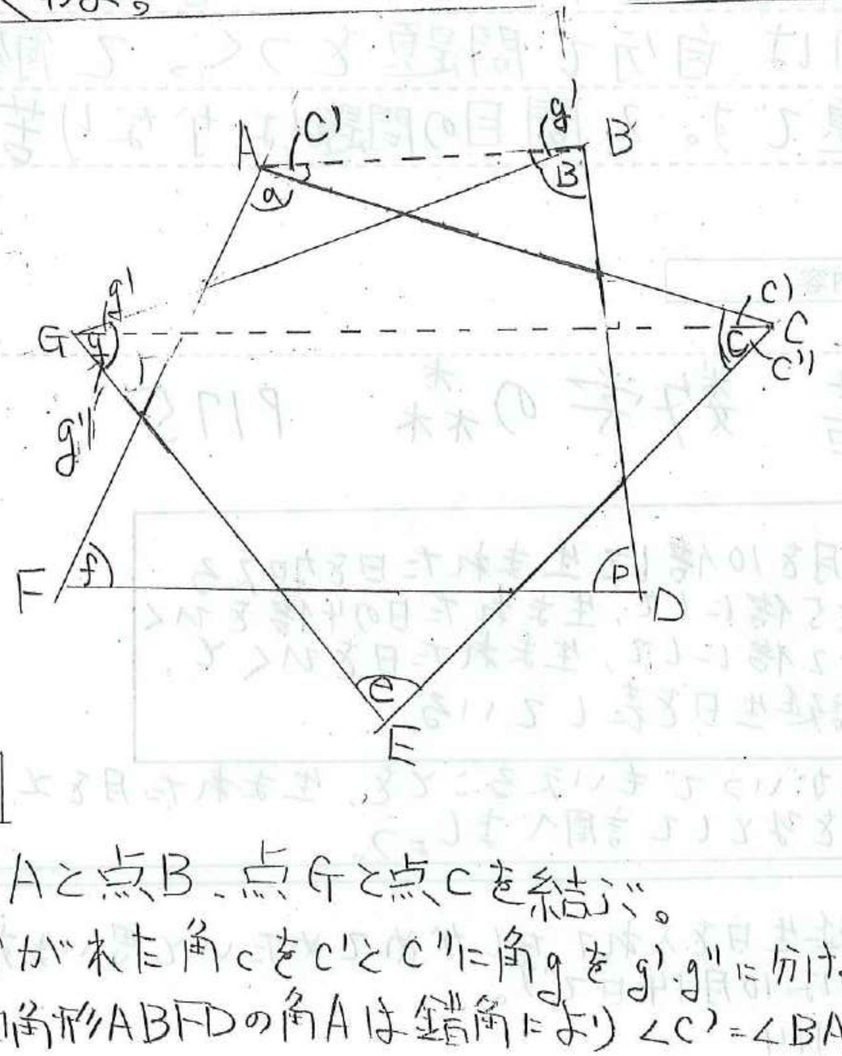


グラフを書くと双極線になることから反比例であることが分かる。

3 七角形

問題

七角形の辺を延長して、下の図のような星形の図形を書いた。下の星形の先端の七つの角の和を求めよ。



証明

まず点Aと点B、点Gと点Cを結ぶ。
そして分かれた角cをc'とc''に角gをg'、g''に分ける
そして四角形ABFDの角Aは錯角により∠c'=∠BAC
となる。同じように∠g'=∠ABGとなる。
よって∠A～∠Gは四角形ABFGの内角の和と三角形GCEの和を足したものになるから

答　360 + 180 = 540°　　A. 540°

よって七角形の辺の延長してできた星形の先端の七つの角の和は四角形と三角形の内角の和を足したものになる

「僕の誕生日」と「数学の魅力」

レポートのあらすじ・取り組み

僕は教科書のP175の数学の森の問題を2つ解きました。一つは、普通の問題で，2つ目は、自分で問題をつくって解くという問題です。2問目の問題は、かなり苦労しました。

レポートの内容

教科書　数学の森　P175

問題

①生まれた月を10倍して生まれた日を加える
②①の結果を5倍にして，生まれた日の4倍をひく
③②の結果を2倍にして，生まれた日をひくと，その数が誕生日を表している。

☆上のことがらがいつでもいえることを，生まれた月をx，生まれた日をyとして調べましょう。

まずは、自分の誕生日を入れてたしかめてめたいと思います。
ぼくの誕生日は10月14日です。
① 10×10＋14＝114
② (114×5)－(14×4)＝570－56＝514
③ 514×2－14＝1028－14＝1014　(10月14日)
次は、今日の日付を入れてみた。(8月8日)
① 8×10＋8＝88
② (88×5)－(8×4)＝420－32＝408
③ 408×2－8＝808　(8月08日)

次は、あり得ない数でやってみた。(100月100日)
①$100\times10+100=1100$
②$(1100\times5)-(100\times4)=5500-400=5100$
③$5100\times2-100=10100$　(10月100日)
10月100日となってしまった。3ケタは、できないのだろうか？
2ケタの数(99月99日)でやってみた。
①$99\times10+99=1089$
②$(1089\times5)-(99\times4)=5445-396=5049$
③$5049\times2-99=9999$　(99月99日)
2ケタまでは、できるようだ。3ケタができない理由を
xとyを使ってたしかめたいと思います。
①$10\times x+y=10x+y$
②$\{(10x+y)\times5\}-(y\times4)=50x+5y-4y=50x+y$
③$\{2(50x+y)\}-y=100x+2y-y=100x+y$
答えは、$100x+y$となった。これは、どういうことだろう。
xを10月, yを14日として計算してみると,
$100\times10+14=1014$
式の答えと同じになるので, xとyの式は、間違えては、
いませんでした。次は、3ケタのxを100, yを100として
計算してみると
$100\times100+100=10100$
10100となったので, xを100, yを100として計算した式
は、間違えては、いませんでした。xを100, yを99として
計算してみると,
$100\times100+99=10099$　(100月99日)
10099となって問題は、成り立った。yの最高の数は99
でした。xの最高の数を求めてみたいと思います。
xを10000, yを99として計算してみると
$10000\times100+99=1000099$
1000099となり成り立ちます。xの最高は、ないと思います。
どれだけ大きい数にしても

$$\begin{array}{r} 10000000\times100=1000000000 \\ +\quad 99 \\ \hline 1000000099 \end{array}$$

となるのでどれだけ大きい数をxにしても$\times100$があるので問題は成り立ちます。

まとめ

この問題は、xは、どれだけ大きくても大丈夫だけど, yは99までなら成り立ちます。
xとyの変域は　$1\leqq x\leqq\infty$,　$1\leqq y\leqq99$
となります。

問題

☆さっきの誕生日のような問題をほかにもつくってみましょう。

ぼくは、ここでこのような問題をつくってみたい
1〜9の中から好きな数字をえらび、そこから計算して、
答えが絶体1になる問題をつくってみたいと思います。
1〜9をxとすると
$(x+8)\times 2=2x+16$　$2x+16-10=2x+6$　$2x+6\div 2=x+3$
$x+3-x=3$
3になる問題なら作れたので、問題の答えを3にします。
この式を問題にします。

①1〜9の中で好きな数字をえらびます。
②その数字に8を足し、2倍する。
③②の答えから10をひき、2で割る。
④③の答えから最初にえらんだ数字をひく
　その答えは必ず3になる。

実際にやってみると、
①2
②$(2+8)\times 2=20$
③$(20-10)\div 2=5$
④$5-2=3$
このようにちゃんと成り立ちます。

前の問題では、答えが絶体に3になる問題は、
つくれたので、答えが絶体1になる問題をつくってみたい。
$(x+4)\times 2=2x+8+12=2x+20$
$=(2x+20)\div 2=x+10-x=10$　(×)
$(x+2)\times 4=4x+8+6=4x+14$
$=(4x+14)\div 4$(割りきれない)　(×)
$(x+2)\times 4=4x+8+4=4x+12$
$=(4x+12)\div 4=x+3-x=3$　(×)
$(x+4)\times 4=4x+16+4=4x+20$
$(4x+20)\div 4=x+5-x=5$　(×)
$(x+6)\times 4=4x+24+10=4x+34$
$=(4x+34)\div 4=$(割りきれない)　(×)

ここで、気付いたのですが、34が4なら答えが絶体に1になる問題をつくれると思います。
$(x+6)\times 4=4x+24+10=4x+34$
$4x+34-30=4x+4$
$(4x+4)\div 4=x+1-x=1$
この式を問題にすると、

続きは、1枚目の裏に書きました。　D-40

① 1〜9の中から好きな数字をえらびます。
(別に1〜9の中でなくてもよい。)
(1ケタの方が計算しやすいです。)
② その数に6を足し，4倍し，10を足す。
③ ②の答えから30をひき，4で割る。
④ ③の答えから最初にえらんだ数をひくと答えは必ず1になる。

実際にやってみると，

① 8

② $(8+6)\times4+10=14\times4+10=66$

③ $(66-30)\div4=9$

④ $9-8=1$

このようにちゃんと成り立ちます。
ここで気付いたのですが，答えが絶対最初にえらんだ数になる問題もつくれます。

$(x+6)\times4=4x+24+10=4x+34-30=4x+4$

$(4x+4)\div4=\boxed{x+1-x=1}$

↓

この部分を $x+1-1=x$ とすると答えが絶対に最初にえらんだ数になります。問題にすると，
④を③の答えから1をひくと答えは必ず最初にえらんだ数になる。にかえるだけです。
実際にやってみると，

① 8

② $(8+6)\times4+10=56+10=66$

③ $(66-30)\div4=9$

④ $9-1=8$

このように成り立ちます。

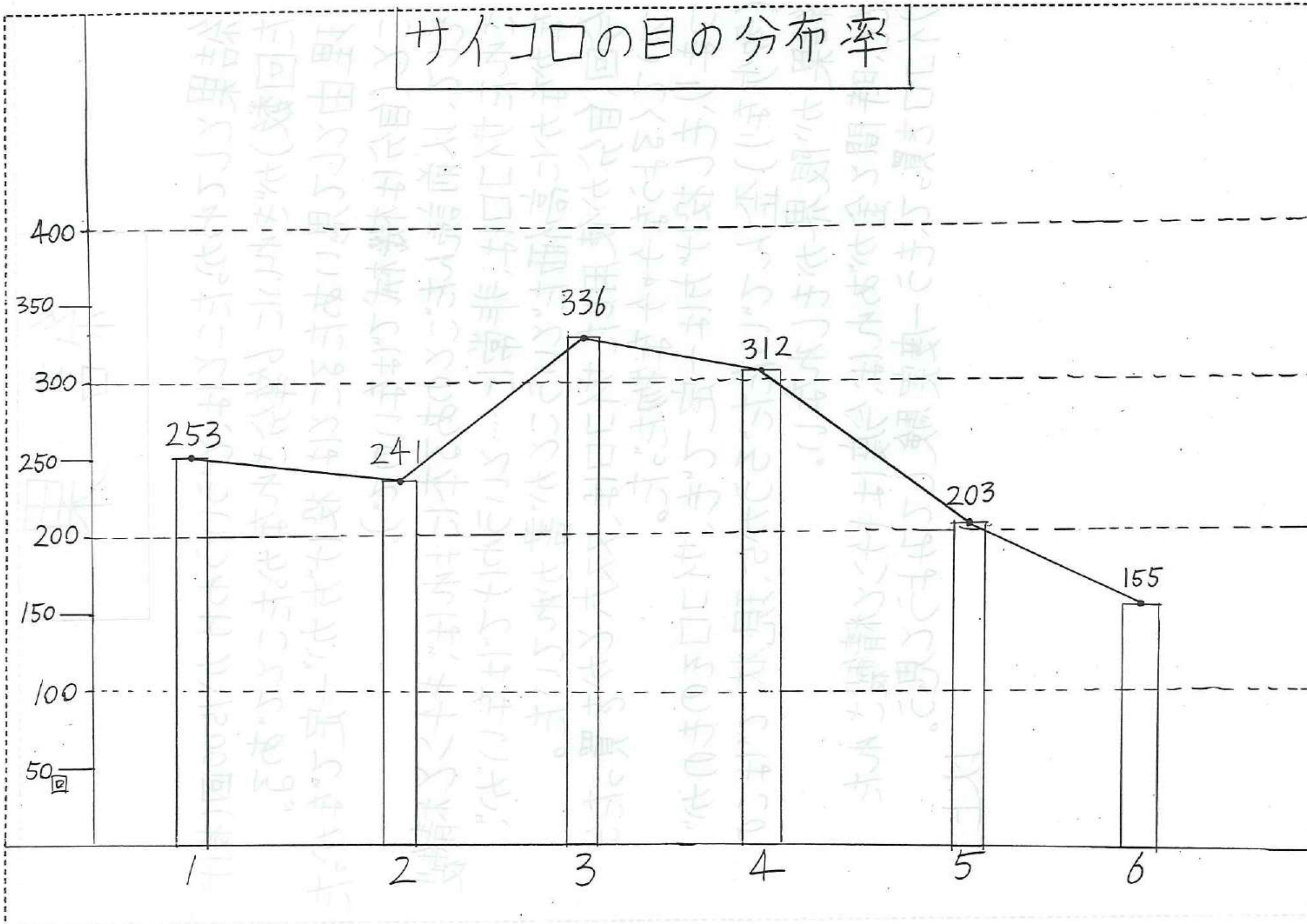
サイコロの目の確率

レポートのあらすじ・取り組み

サイコロをふると、本当に1/6の確率でそれぞれの目が出るのか、それを確かめるべくして僕はこのレポートに取り組むことにした。

レポートの内容

実際にサイコロをふって、1から6それぞれの目の分布をグラフになおした。
回数は1500回。
まあ…… データは多いほどいいってことで。


サイコロの目の分布率
400
350
300
250
200
150
100
50回
253
241
336
312
203
155
1
2
3
4
5
6

結果

結果としてわかったことは、どういうわけか1500回(投げた回数)がきれいに6等分されなかったことである。
理由として思いあたることは、投げ方が一定でなかったこと(自分は機械ではないので)。
そして、以前読んだことのある本によれば、キチンと精製されたサイコロは、非常に……というわけではないが、なかなかに高価だということが書かれていた。
今回、自分か使用したサイコロは、双六とかを買ったらついてくるようなチャチな物だった。
つまり、もし投げ方は一定でも、サイコロそのものが(多少なり)歪んでいただろうから、現状ではこの結果が限界かもしれない。
もし、時間と金があれば、今度はキチンと精製されたサイコロを買って、もう一度実験してみようと思う。

以上。

一筆書きできる図形

レポートのあらすじ・取り組み

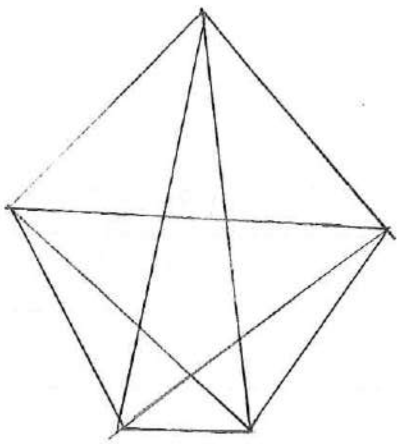
一筆書きできるものの共通点を調べることについて、調べようと思った。コンピューターや本などでできそうで、できないものをさがした。

レポートの内容

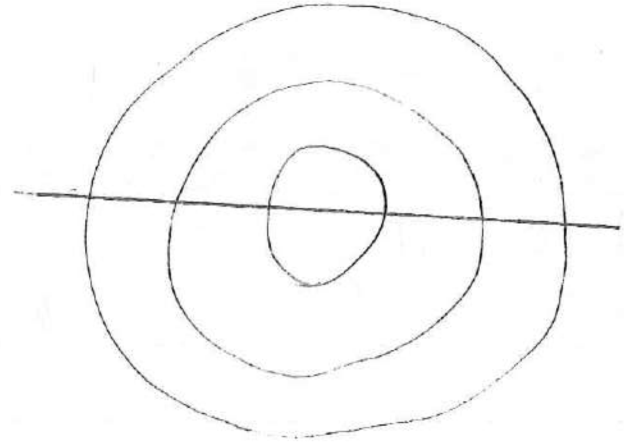
・一筆書きできるものとできないものをプリントで分け、その共通点をプリントにまとめわかりやすくした。

一筆書きできるもの

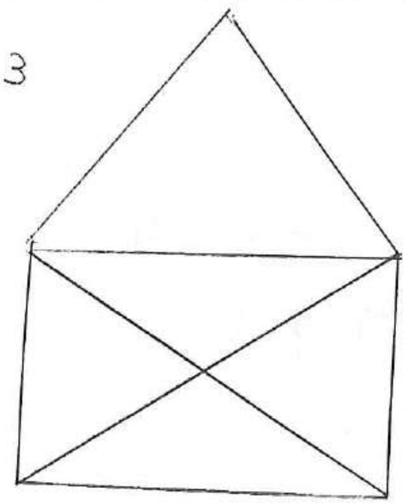
1



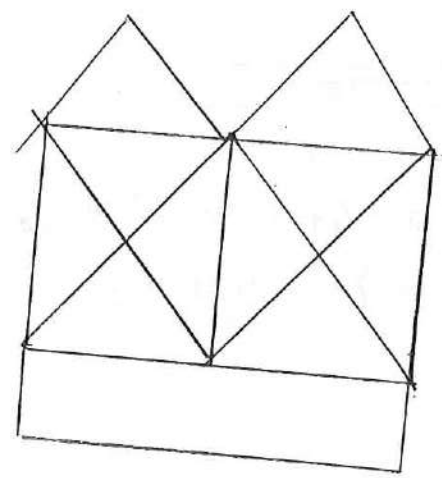
2



3

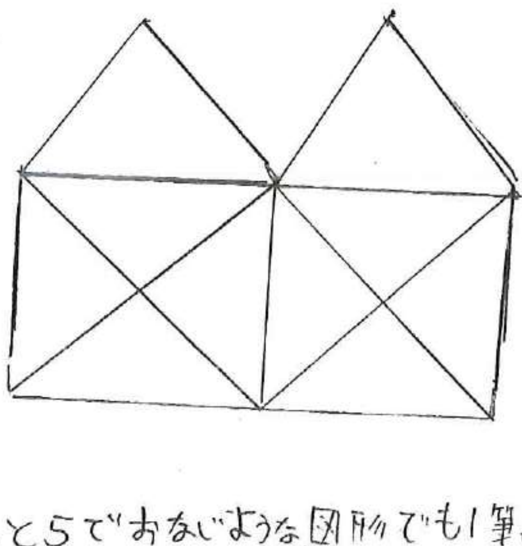


4

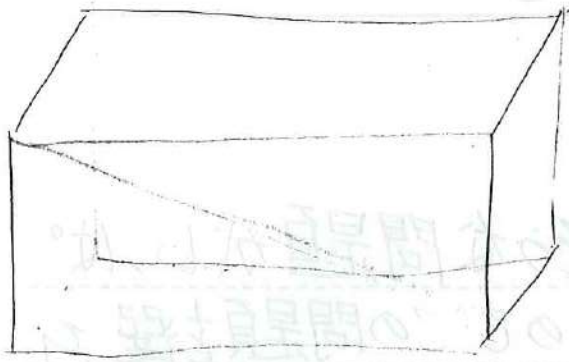


できないもの

5

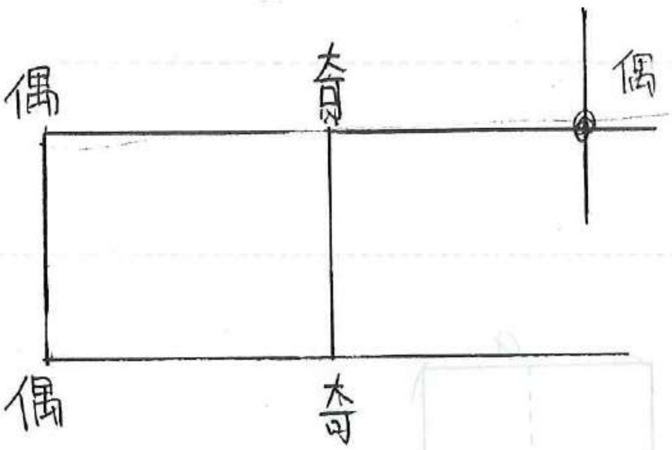


4と5でおなじような図形でも1筆書きできるものとできないものが
あるということがわかった



左のおな立体の図形も必ず2本通れない所があったまで
左の図のように図の中に対角線を入れてみても必ず2本通れないところがあった。

けっか(できない)



レポートの結果

奇点(辺が交わっている点でその辺の数が奇数の点)が3つ以上ある時は一筆書きできないということが分かった。これ以外に例外があるかもしれないのでこれからも調べたいと思う。

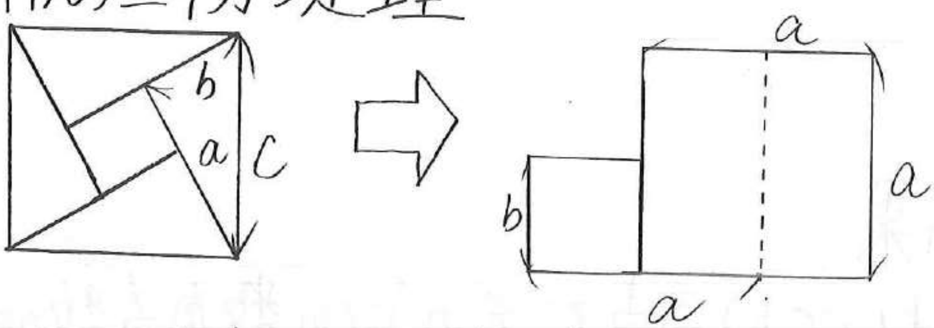
数学の森を解いて

レポートのあらすじ・取り組み

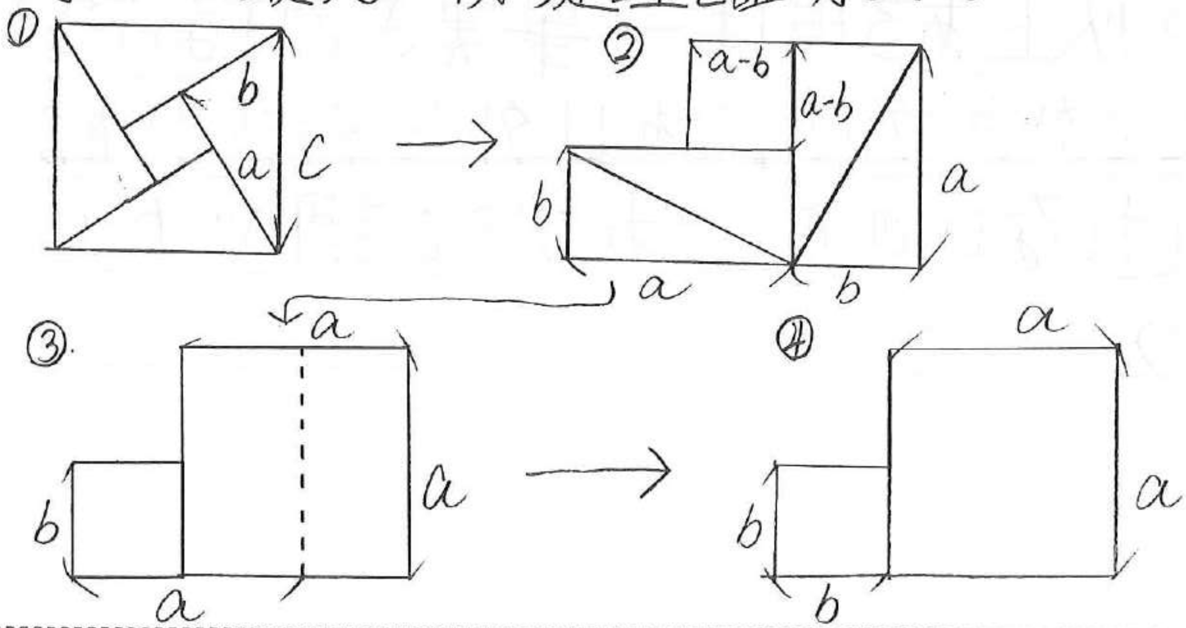
教科書を読んでいておもしろそうな問題がいっぱい集まっていて、おもしろそうだったのでこの問題を選びました。

レポートの内容

(P176)三平方の定理



(問)この図を使って三平方の定理を証明せよ。



①〜④は1辺の長さがCの正方形を切り放し、2つの正方形にしたものである。

① 1辺の長さがCの正方形の面積は $c \times c = c^2$ …ⓐ

② 2つの正方形の面積の和は $a \times a + b \times b = a^2 + b^2$ …ⓑ

直角三角形の直角をはさむ2辺の長さをa, b, 斜辺をCとすると

ⓐ, ⓑより

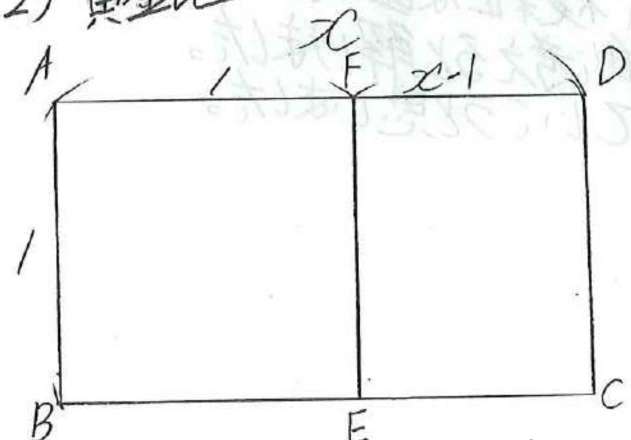
$a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つ

よって、三平方の定理の直角三角形の直角をはさむ2辺の長さをa, b, 斜辺をCとすると $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つ。

(感想)

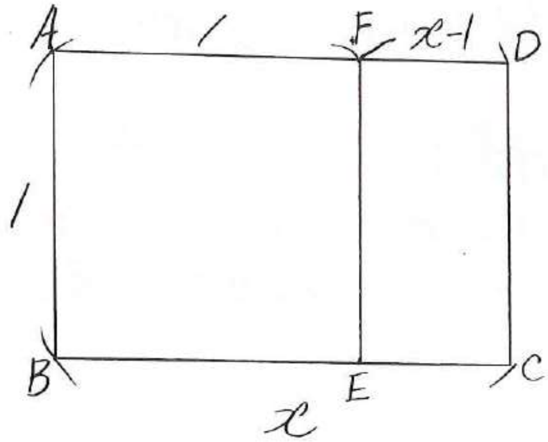
ほとんどの問題に使われている三平方の定理は、どうしてそうなるかがあまり、わからなくて、難しそうであんまり触れないようにしてきたけど、証明してみるとあんまり複雑でなくて自分でもよく理解できてよかった。でも、こういうことを思いついたピタゴラスの偉大さがよくわかってよかった。

(P182) 黄金比



長方形ABCDから正方形ABEFを切り取ると長方形ECDFはもとの長方形の相似になっています。

(問) AB:AD=1:$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ となることを AB=1, AD=x として証明しなさい



長方形ABCD∽長方形ECDFより

$AB:EC=AD:EF$

$1:(x-1)=x:1$

$x(x-1)=1\times1$

$x^2-x=1$　$x^2-x-1=0$

$\dfrac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4\times(-1)}}{2\times1}=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$　$x>0$より　$x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

よって　$AB:AD=1:\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

(感想)
いっつも難しそうな比の問題や複雑な証明とかは、少し手を
つけてやめていたけど、もう少し簡単に考えると解けました。
今度からは諦めずに解いていこうと思いました。

交点は何個？

レポートのあらすじ・取り組み

まず始めに図で書いて次にグラフを書きました

レポートの内容

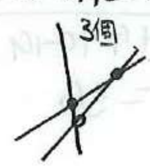
問題：①10本の直線では交点はいくつあるのか？

まず図に表すと

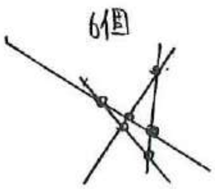
1本の時では

2本の場合では

3本の場合では



4本の場合では



5本の場合では

6本の場合では

線の数	1	2	3	4	5	6
点の数	0	1	3	6	10	21

表で表したように線の数が増えるごとに点の数も増えていく

線の数が4本の時は3本目の線の数と点の数を足すと4本目の点の数が出てくる。

別解

9本の場合には

$1+2+3+4+5+6+7+8=36$ になる

この計算のしかたは大変なので

$$\begin{array}{l} 1+2+3+4+5+6+7+8 \\ 8+7+6+5+4+3+2+1 \\ \hline 9+9+9+9+9+9+9+9 \end{array}$$

になり

$9\times8\div2=36$　　A 36個となる

8本の場合は

$8\times(8-1)\div2=28$ となり

xの場合は

$x\times(x-1)\div2$

$=x^2-x\div2$

$=\frac{x^2-x}{2}$ となり

10の場合は

$100-10\div2=45$ となる

サイコロの確率

レポートのあらすじ・取り組み

サイコロを1000回ふって確率が$\frac{1}{6}$になるかどうか。3個のサイコロで333回+1回ふる。とてもしんどかった。

レポートの内容

果：サイコロを1000回ふったが確立はどれも$\frac{1}{6}$にならなかった。

察：例えば1の目が出る確率は$\frac{1}{6}$だがそれは6回に1回出るという意味ではなく1回1回、$\frac{1}{6}$の確率で1が出るわけで何回やっても$\frac{1}{6}$という事なので6回に1回という考え方は間違っていた。しかしその$\frac{1}{6}$という確率は1～6の全ての目にかかるから、サイコロをふる回数が増やして行くと、どの目も、ほぼ$\frac{1}{6}$になる。なぜなら、例えば1の目が1回でる確率は$\frac{1}{6}$、2回連続は$\frac{1}{36}$、3回連続は$\frac{1}{216}$と、どんどん確率が減っていくので、ある目がだんとつに多くなる可能性は低い。逆に出ない確率も$\frac{5}{6}$、$\frac{25}{36}$、$\frac{625}{1296}$とどんどん減って行くので、ある程度の回数をふれば、ほぼ$\frac{1}{6}$で落ち着く

1	4	52	2	103	1	154	6	205	1	256	2	307	5	358	5	409	1	460
2	5	53	6	104	6	155	1	206	1	257	1	308	4	359	6	410	4	461
3	5	54	3	105	6	156	3	207	2	258	5	309	3	360	6	411	1	462
4	1	55	5	106	2	157	3	208	2	259	5	310	6	361	2	412	2	463
5	3	56	2	107	3	158	2	209	1	260	4	311	3	362	3	413	5	464
6	5	57	2	108	3	159	1	210	6	261	4	312	1	363	4	414	2	465
7	4	58	2	109	4	160	5	211	6	262	3	313	1	364	4	415	1	466
8	2	59	3	110	3	161	4	212	3	263	1	314	4	365	4	416	5	467
9	1	60	2	111	3	162	4	213	6	264	3	315	3	366	5	417	2	468
10	6	61	6	112	5	163	1	214	6	265	5	316	3	367	4	418	6	469
11	6	62	1	113	4	164	4	215	2	266	2	317	5	368	2	419	4	470
12	4	63	1	114	2	165	4	216	6	267	1	318	3	369	2	420	1	471
13	6	64	2	115	3	166	6	217	6	268	5	319	3	370	2	421	1	472
14	6	65	1	116	3	167	6	218	5	269	2	320	4	371	1	422	5	473
15	1	66	5	117	5	168	1	219	6	270	1	321	5	372	4	423	1	474
16	2	67	6	118	1	169	3	220	2	271	4	322	5	373	3	424	4	475
17	3	68	2	119	5	170	4	221	4	272	2	323	5	374	1	425	1	476
18	1	69	2	120	5	171	4	222	6	273	6	324	3	375	5	426	4	477
19	5	70	4	121	6	172	5	223	3	274	2	325	1	376	6	427	5	478
20	1	71	3	122	4	173	3	224	6	275	2	326	3	377	5	428	4	479
21	6	72	5	123	2	174	1	225	3	276	2	327	3	378	4	429	4	480
22	2	73	3	124	6	175	6	226	4	277	4	328	3	379	1	430	6	481
23	3	74	2	125	5	176	2	227	5	278	3	329	4	380	2	431	6	482
24	6	75	3	126	1	177	3	228	2	279	1	330	6	381	3	432	2	483
25	4	76	5	127	5	178	3	229	3	280	6	331	1	382	5	433	5	484
26	6	77	6	128	6	179	3	230	2	281	5	332	1	383	4	434	4	485
27	3	78	5	129	4	180	4	231	5	282	2	333	3	384	6	435	4	486
28	1	79	3	130	6	181	5	232	6	283	5	334	1	385	2	436	6	487
29	3	80	3	131	6	182	5	233	6	284	1	335	1	386	4	437	5	488
30	4	81	4	132	2	183	3	234	5	285	2	336	1	387	3	438	2	489
31	3	82	2	133	4	184	2	235	5	286	4	337	2	388	6	439	5	490
32	6	83	6	134	6	185	6	236	3	287	6	338	4	389	3	440	3	491
33	6	84	1	135	5	186	2	237	2	288	6	339	6	390	4	441	1	492
34	1	85	2	136	2	187	2	238	6	289	2	340	4	391	3	442	1	493
35	6	86	3	137	3	188	5	239	5	290	3	341	6	392	6	443	1	494
36	6	87	4	138	3	189	4	240	2	291	5	342	6	393	1	444	4	495
37	2	88	1	139	6	190	2	241	3	292	4	343	1	394	4	445	3	496
38	6	89	5	140	1	191	4	242	1	293	4	344	5	395	6	446	1	497
39	3	90	4	141	1	192	4	243	4	294	1	345	5	396	4	447	3	498
40	2	91	3	142	5	193	5	244	5	295	5	346	6	397	6	448	1	499
41	4	92	2	143	3	194	5	245	4	296	4	347	5	398	6	449	6	500
42	2	93	6	144	2	195	2	246	1	297	4	348	2	399	4	450	1	501
43	3	94	5	145	4	196	2	247	6	298	1	349	1	400	5	451	4	502
44	4	95	1	146	4	197	1	248	6	299	1	350	6	401	2	452	1	503
45	1	96	6	147	6	198	2	249	3	300	2	351	2	402	6	453	6	504
46	3	97	5	148	5	199	4	250	2	301	6	352	5	403	2	454	4	505
47	2	98	2	149	5	200	4	251	3	302	4	353	6	404	3	455	3	506
48	1	99	5	150	5	201	6	252	6	303	4	354	1	405	1	456	6	507
49	5	100	2	151	1	202	6	253	4	304	6	355	5	406	2	457	4	508
50	3	101	3	152	2	203	3	254	3	305	1	356	2	407	4	458	3	509
51	2	102	3	153	5	204	4	255	2	306	3	357	5	408	3	459	3	510

3年 組 番 氏名

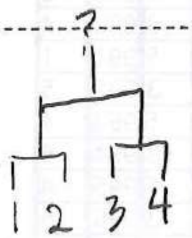
2	511	3	562	6	613	1	664	2	715	2	766	6	817	1	868	1	919	1	970	5
3	512	5	563	4	614	2	665	1	716	2	767	1	818	4	869	6	920	4	971	5
1	513	6	564	5	615	5	666	4	717	5	768	6	819	3	870	1	921	3	972	5
6	514	1	565	2	616	5	667	4	718	5	769	5	820	2	871	1	922	1	973	3
4	515	3	566	3	617	3	668	3	719	5	770	1	821	5	872	4	923	3	974	6
6	516	2	567	6	618	3	669	6	720	2	771	4	822	6	873	1	924	4	975	6
1	517	6	568	3	619	6	670	4	721	3	772	5	823	6	874	2	925	2	976	2
4	518	5	569	1	620	1	671	1	722	5	773	4	824	2	875	2	926	3	977	6
1	519	2	570	1	621	3	672	2	723	4	774	5	825	5	876	3	927	3	978	1
4	520	3	571	6	622	3	673	2	724	5	775	2	826	5	877	6	928	4	979	5
5	521	2	572	1	623	6	674	3	725	6	776	6	827	3	878	5	929	1	980	6
5	522	6	573	2	624	1	675	6	726	3	777	5	828	4	879	3	930	2	981	4
5	523	6	574	3	625	3	676	4	727	6	778	6	829	5	880	1	931	1	982	3
3	524	6	575	3	626	4	677	3	728	2	779	3	830	6	881	6	932	4	983	3
5	525	2	576	2	627	3	678	6	729	2	780	6	831	6	882	2	933	4	984	4
4	526	2	577	6	628	3	679	5	730	4	781	3	832	6	883	5	934	5	985	3
2	527	6	578	6	629	2	680	4	731	2	782	5	833	3	884	2	935	4	986	6
3	528	3	579	3	630	3	681	4	732	4	783	3	834	4	885	5	936	3	987	2
3	529	3	580	6	631	6	682	2	733	4	784	5	835	3	886	2	937	1	988	2
2	530	4	581	2	632	5	683	6	734	4	785	5	836	3	887	4	938	3	989	2
3	531	5	582	2	633	4	684	2	735	3	786	2	837	5	888	6	939	6	990	4
5	532	6	583	5	634	3	685	2	736	4	787	5	838	5	889	6	940	5	991	1
2	533	3	584	3	635	1	686	3	737	4	788	1	839	6	890	1	941	3	992	5
4	534	1	585	1	636	1	687	5	738	2	789	4	840	1	891	3	942	5	993	4
2	535	2	586	5	637	4	688	5	739	1	790	6	841	3	892	2	943	3	994	6
1	536	5	587	3	638	6	689	4	740	4	791	2	842	5	893	4	944	5	995	4
5	537	5	588	6	639	4	690	4	741	6	792	1	843	6	894	3	945	3	996	5
3	538	5	589	6	640	3	691	5	742	5	793	6	844	2	895	4	946	6	997	3
1	539	2	590	3	641	2	692	6	743	4	794	4	845	3	896	3	947	2	998	1
5	540	3	591	1	642	2	693	5	744	3	795	1	846	3	897	3	948	5	999	2
6	541	2	592	4	643	6	694	6	745	4	796	2	847	1	898	2	949	2	1000	6
1	542	4	593	4	644	1	695	1	746	5	797	2	848	1	899	1	950	2		
3	543	3	594	3	645	3	696	6	747	3	798	2	849	6	900	5	951	5		
2	544	2	595	3	646	3	697	2	748	4	799	3	850	6	901	6	952	5		
5	545	6	596	2	647	2	698	1	749	1	800	6	851	1	902	2	953	4		
5	546	1	597	3	648	6	699	2	750	3	801	6	852	3	903	4	954	4		
5	547	1	598	3	649	5	700	2	751	2	802	5	853	6	904	6	955	5		
1	548	2	599	6	650	2	701	3	752	4	803	3	854	2	905	1	956	2		
4	549	3	600	6	651	3	702	1	753	5	804	4	855	3	906	5	957	4		
5	550	5	601	5	652	1	703	2	754	3	805	5	856	4	907	4	958	6		
6	551	5	602	2	653	2	704	1	755	6	806	3	857	1	908	3	959	2		
3	552	3	603	6	654	1	705	1	756	6	807	5	858	1	909	5	960	5		
2	553	3	604	2	655	6	706	1	757	5	808	4	859	6	910	2	961	5		
1	554	5	605	6	656	5	707	1	758	6	809	2	860	5	911	3	962	5		
3	555	3	606	2	657	4	708	1	759	2	810	5	861	5	912	3	963	6		
1	556	1	607	3	658	5	709	3	760	2	811	3	862	4	913	1	964	1		
2	557	4	608	3	659	3	710	1	761	3	812	1	863	3	914	5	965	6		
6	558	3	609	3	660	2	711	2	762	4	813	4	864	5	915	3	966	6		
5	559	4	610	3	661	6	712	6	763	5	814	6	865	5	916	4	967	6		
5	560	4	611	1	662	2	713	2	764	3	815	2	866	2	917	2	968	2		
6	561	4	612	1	663	2	714	1	765	6	816	6	867	1	918	5	969	2		

数学とは何か

レポートのあらすじ・取り組み

数学の嫌いな僕は、今まで数学というものは何かと思ったことがなかった。そこで今回数学というものをもっとよく知ろうと思う。

レポートの内容



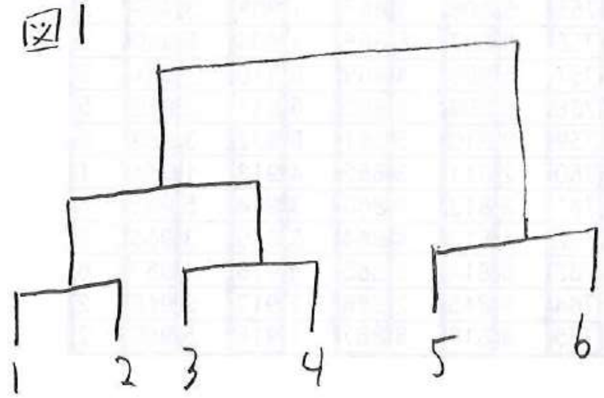
1対2
3対4 ⇒よって3試合
1又は2対3又は4.

考察

例えば6チームがトーナメント戦をする場合、図1のようになり試合数は5である。また、4チームが試合をする場合は上の図のようになり試合数は3になる。

以上のことからトーナメント戦は参加するチームによって試合数が決まり、その試合数は参加チームによって試合数は参加するチーム数の関数であることがわかった（関数とは一方が決まった時もう一方の数が1つだけになる数のことを言う）。

図1



1対2
3対4
5対6

1又は2対3又は4
1又は2又は3又は4対5又は6.
よって5試合

高い壁から6m離れた地面にライトを身長150cmのA氏が
ライトから壁に向かって真っ直ぐにxm歩いたら壁に出来る影の高さはどのようになるか。

答えと考察

横から見た右の図で考えると図2のようになり

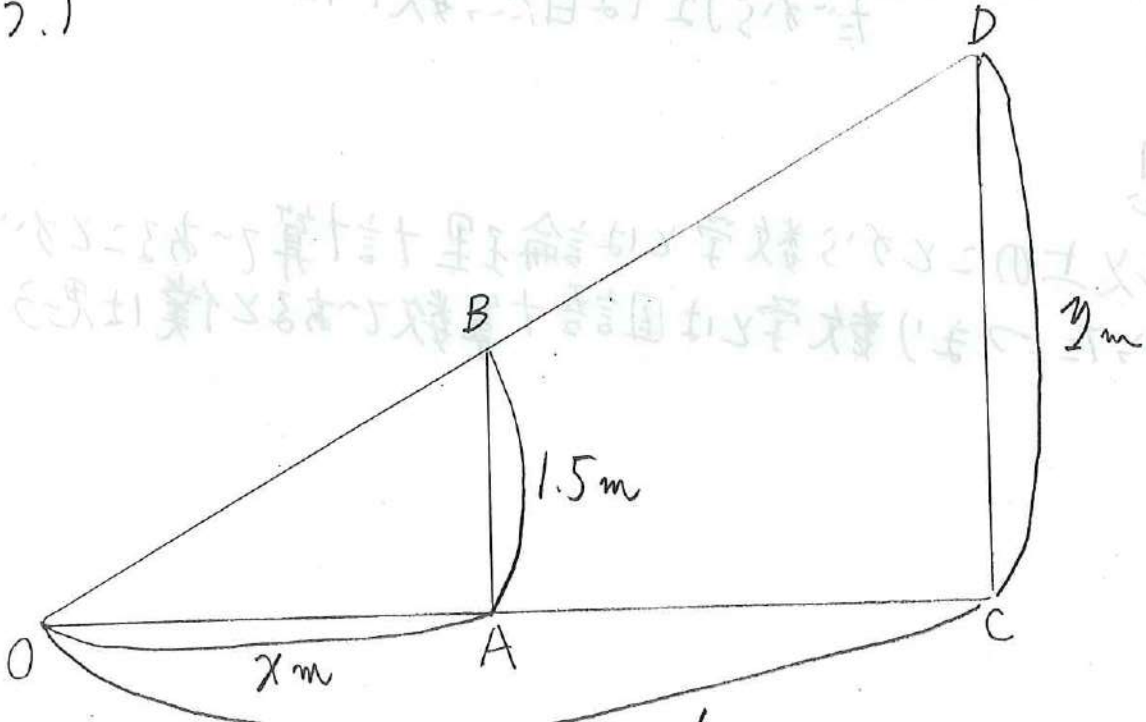
△OAB∽△OCD

となる

そこでライトからxmの位置に立つ時、壁に出来る影の高さをymとする時

$x:6=1.5:y$ となる。

これをyについて解くと、
$y=\frac{9}{x}$
となりyは、xに反比例する関数になることが分かる(関数とは一方の数が決まった時、もう一方の数が1つだけになる数のことを言う。)



$\sqrt{2}$が自然数や分数で表せないのは何故か

答えと考察

$\sqrt{2}$は自然数ではないということを証明する

そこで$\sqrt{2}$は分数$\frac{a}{b}$で表せる。ただし$\frac{a}{b}$はこれ以上約分できないものとする ----①

と仮定する

$\sqrt{2}=\frac{a}{b}$の両辺を2乗すると $2=\left(\frac{a}{b}\right)^2$

$\frac{a}{b}$は約分できないので$\left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a\times a}{b\times b}$も約分できない数である。

（例えば$\frac{17}{12}$は約分できないので

$\left(\frac{17}{12}\right)^2=\frac{17\times 17}{12\times 12}$ も約分できない）

すると

「自然数である2は自然数でない分数$\left(\frac{a}{b}\right)^2$に等しい」ことになるが

このようなことは有り得ない

だから$\sqrt{2}$は自然数ではない

感想

以上のことから数学とは論理+計算であることがわかった つまり数学とは国語+算数であると僕は思う

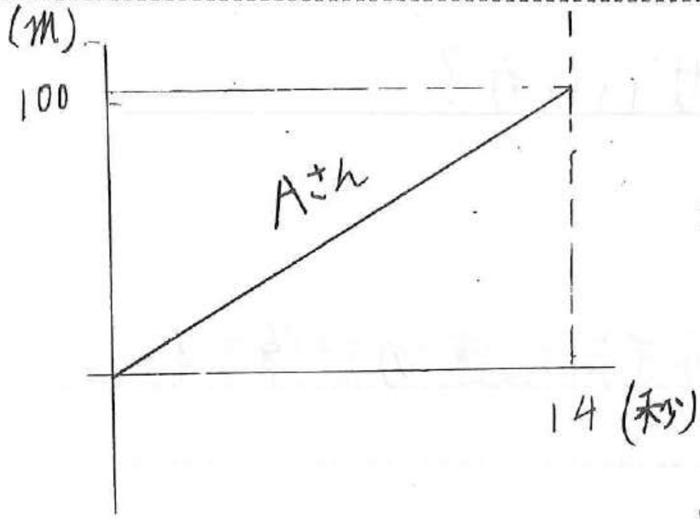
何mずらせばいいか？

レポートのあらすじ・取り組み

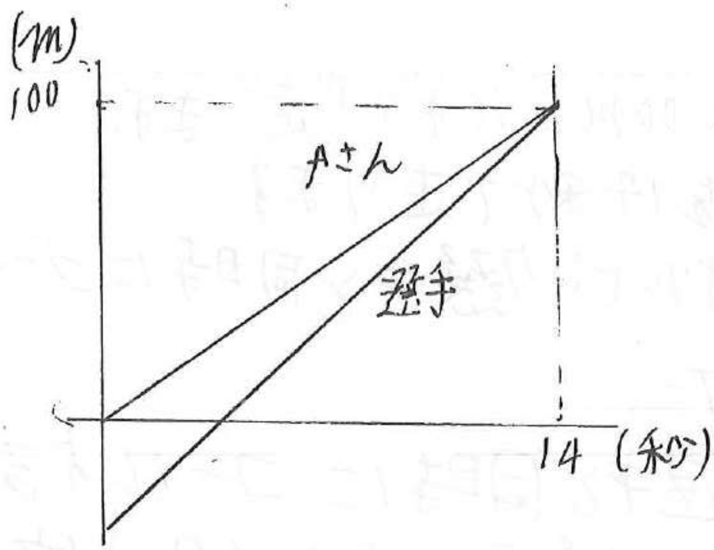
数学の森の問題を解きました。速さの計算です。

レポートの内容

Q1 あるオリンピック選手は100mを10秒で走ります。
またAさんは100mを14秒で走ります。
このAさんがこのオリンピック選手と同時にゴールすることを考えました。
さてAさんがこの選手と同時にゴールするためには何mオリンピック選手のスタート位置を後ろにずらせばいいでしょう？
また下のグラフはAさんがスタートしてからゴールするまでの時間と距離を表したものです。



Aさんが同時にゴールするために選手のスタート位置をずらす場合グラフは



こうなります.

求める式

①オリンピック選手のグラフは $y=10x+b$ で表せます.

② 同時にゴールするためにはこのグラフが(14, 100)を通るという事が分かります.

③ $y=10x+b$ に $x=14$
$y=100$ を代入すると. $b=-40$ なのでグラフは $y=10x-40$ です.

さて選手のスタート位置は何mずらせばいいのでしょう

(1) スタートは$x=0$秒なので$y=10x-40$に$x=0$を代入すると$y=-40$になります。よって40mずらすという答えになります。

(2) 他にAさんがオリンピック選手と同時にゴールするためにはオリンピック選手のスタートを遅らせるという方法があります。この時は$y=0$秒で計算することができます。

最初この問題を見た時はもっと難しい式でやるんだと思いましたがよく考えると簡単に求める事ができました。他の問題もよく考えると案外簡単かもしれないと思と思いました

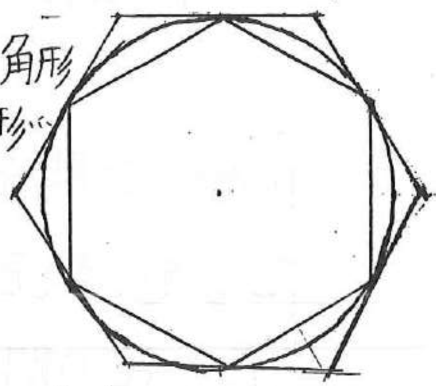
数学の定理の発見

レポートのあらすじ・取り組み

今まで、見たり、聞いたことのある定理を誰が、どのようにして発見したかを調べる。

レポートの内容

1. アルキメデスの原理



図のように円に内接する正六角形と外接する正六角形をかき、順次内接する正十二角形と外接する正十二角形……と辺の数を倍にしていく。

そして、

(内接正n角形の周)<(円の周)<(外接正n角形の周)

と、(〃 の面積)<(〃の面積)<(〃 の面積)

の不等式より、円周率と円の面積を表す公式を求める。

正九十六角形の場合

$3\frac{10}{71}<\pi<3\frac{1}{7}$ より $3.1408<\pi<3.1428$……であることとなり、これは円周の小数第2位までを正確に表している。

また、半径rの円の面積Aが

$A=\pi r^2$ となることも証明している。

さらに半径rの球の表面積Sが

$S=4\pi r^2$ で

体積Vが

$V=\frac{4}{3}\pi r^3$ であることも証明した。

② 2次方程式

2次方程式がヘロンが発見しており 彼は「1つの正方形があり、その面積と周の和が896のとき、正方形の1辺はいくらか」という問題を

正方形の1辺をxとし、題意より

$x^2+4x=896$、この式の両辺に4を加え

$x^2+4x+4=896+4 \Rightarrow (x+2)^2=900$ となり

$x+2=30$

$x=28$ と、解いている。

この場合

$x>0$ なので $x+2=\pm 30$ としなくてもよい。

③ ヘロンの公式

ある3角形の3辺の長さをそれぞれx, y, zとしたとき、面積Sは

$2S=x+y+z$

$S=\sqrt{S(S-x)(S-y)(S-z)}$ となる。この公式をヘロンの公式と言う。

④ 記号

・＋と－

この2つの記号はドイツのウィットマンが1489年に発表した数学の書物に書いてあり、最初は過不足を表していたが、しだいに加法と減法を表す意味となった。

・根号($\sqrt{\ }$)

根号は1525年にルドルフが発表した書物に書かれており$\surd$と書かれていたが、これは根を表すrootの頭文字という説もある。

等号(＝)

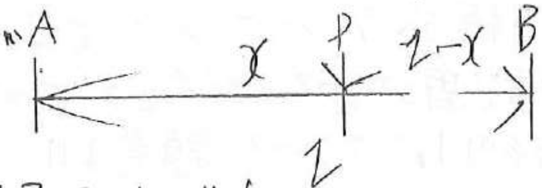
これはレコードの「知恵の砥石」に書かれておりこれによると、採用した理由に

「2つの平行線＝くらい等しい物は他に無いから」

である。

5 黄金分割(直線を1:約1.618に分けること)

・黄金分割は線分ABを点Pで



$AP^2 = AB \times BP$ —①

となる点Pを線分AB上に取ることである。

AB=l AP=xとすれば PB=l−x であるから

①より $x^2 = l(l-x)$・解を求めると

$x(AP) = \frac{\sqrt{5}-1}{2} l$ —② このように点Pを取ることで、ABは黄金分割される。

・黄金比(1:約1.618の比率)

①を比例式の形に変えると

$\frac{AP}{BP} = \frac{AB}{AP}$ —③、となり、この比の値をτ(タウ)で表し黄金比と呼ぶ。

②・③より

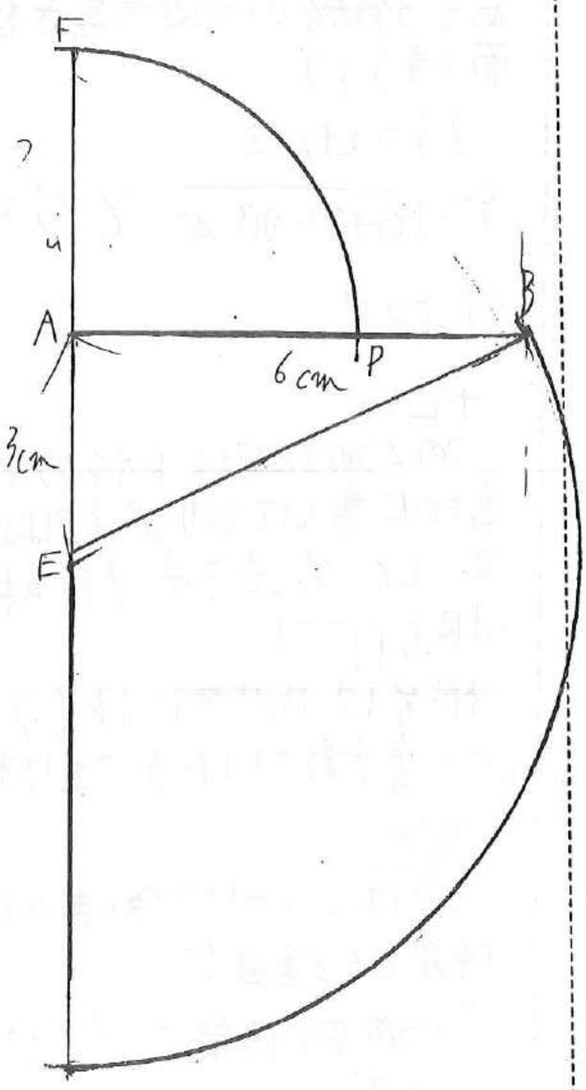
$\tau = \frac{AP}{BP} = \frac{AB}{AP} = l \div \frac{\sqrt{5}-1}{2} l = \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ —④

又 $\tau^2 = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}+1 = \tau+1$

すなわち、τは2次方程式 $\tau^2=\tau+1$ の正の解となる。

図 黄金分割の作図

与えられた線分ABを次ように分割すると楽である
Aにおいて線分ABに垂線を引き
$AE=\frac{1}{2}AB$となる点Eを取る。
EAをA側に延長してその上にEF=FBとなる
点Fを取る。



AB上にAP=AFとなる点Pをとる。
このときPはABを黄金分割する。
なぜなら AB=lとするとき
$AE=\frac{1}{2}l$、$EB^2=AE^2+AB^2$
であるから
$EB=\frac{\sqrt{5}}{2}l=EF$
したがって
$AP=AF=EF-AE=\frac{\sqrt{5}-1}{2}l$
となるからである。

誕生日は4で割り切れる？

レポートのあらすじ・取り組み

何ケタもある数字がかんたんに4で割り切れるかを見つけだし，それを使って大学入試の問題にトライする。

レポートの内容

自分の誕生日を西暦でいって何年何月何日ですか？
僕は1988年04年03日なので『880403』という6桁の数字を作れます。

① まずこの6桁 880403が2で割り切れるかどうか
簡単に奇数なので割り切れません

② では、5で割り切れるかどうか
これも簡単に最後が3なので割り切れません

③ それではいよいよ4で割り切れるかどうかをやってみます。
・100は4で割り切れます。
※すると500という数字も $5 \times 100 = 5 \times 25 \times 4$ で4で割り切れます
※7000という数字も $70 \times 100 = 70 \times 25 \times 4$ で4で割り切れます
※で考えると

最後が「00」の数は4で割り切れる。

さっきの数字 880403で考えてみると
次のように分けられる

880403= 880400 + 03(3)

大きい方の880400は最後が 00なので
4で割りきれます。
という事は結局4で割りきれるかどうかは
最後の2桁 03(3)で決まるのです。
この場合 3なので 4では割りきれません
元の880403でも割りきれません
880403÷4=220100…3 です

例を上げてみれば
1960年12月16日生まれであれば
601216と数字ができます
分けてみると
601216=601200+16
すると 601200と16と4で割りきれますね
よって
601216÷4=150304…0 で
割りきれます

4で割り切れる確率は？（95年 法政大学・工学部［1③］改）

ここに図のような5桁の電光掲示板があり、それぞれの
窓には1〜7の数字が表示されるようになっています。

→

6	2	7	1	3

例えば上のように「62713」といった様な数字がでます。
一番小さい数字で「11111」です。
一番大きい数字は「77777」です。

※この時、1〜7までの出る確率はすべて等しい物とします。
また、各ケタに出る数は他のケタに出た数に左右されないことにします。

問題
このとき、できた数字が4で割り切れる確率を求めなさい。

前の紙で4で割りきれるかどうかは最後2ケタを見れば分かるという事が分かりました。
そこで最後2ケタをすべて書き出してみる

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77　合計＝49個

次にその中で4で割り切れる物を探す。

12, 16, 24, 32, 44, 52, 56, 64, 72, 76　合計＝11個

確率なので

A. $\frac{11}{49}$

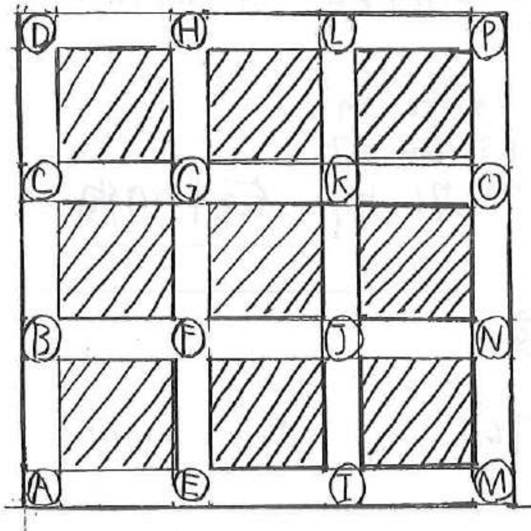
道のり

レポートのあらすじ・取り組み

道がいくつにも分かれていて、すごく難く、ややこしい問題。
AからAに戻ってくる最短キョリをまとめる問題。
http://www.parkcity.ne.jp

レポートの内容

Q



Q：このような経路のうち、最も短い通りちは、何通りあるでしょうか？

※Ⓐ地点に人がいるとします。

その人がB地点に向かいます。

▨＝壁　参考HP(Motoyoshi Page)

http://www.parkcity.ne.jp

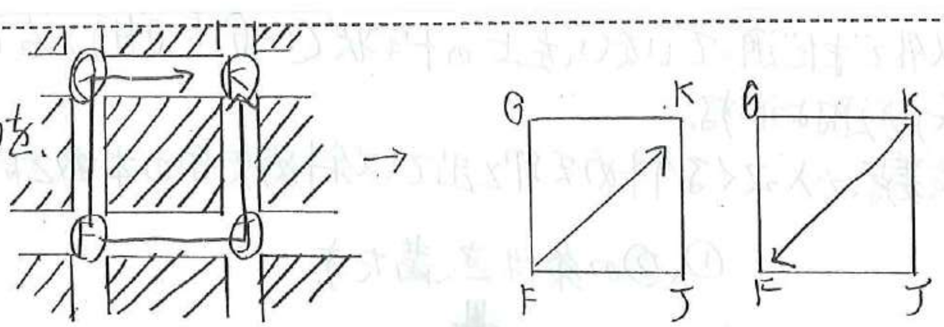
条件1、交差点(十字路、丁字路)では、かならず直進せずに、右か左へ曲がる。

※丁字路~~可~~ 不可

条件2、この図にあるどの道も、最低は、Aに戻ってくる。

A、

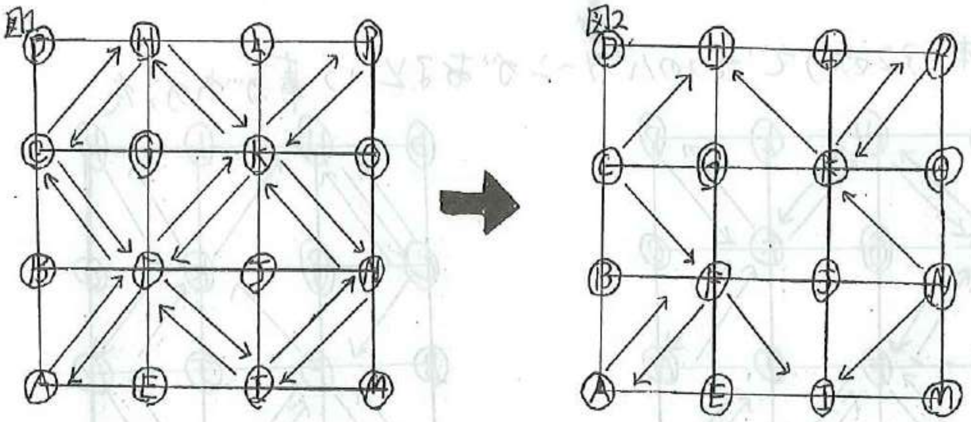
まず、一マス進むのを、



と言うように2マス進むのを1本の矢印で表すことにします。

理由→書きやすくなる② 90度曲がらなければならないと言うルールが自動的に満たされる

この問題の全ての矢印は下図の通りです。図1



この中で一番短い通り方を見つけます。

⇩

中側の道路GCを通るのなら矢印H→CとF→Cのどちらでもよい事がわかる

BC間を通るには矢印C→F、IM間を通るにはN→Iしかない。

↓

そうすると10本があることがわかる→図2

①10本以外でまだ通っていない、左上の十字状(C-G、F-GH)と右下の(F-JN)(I-J-K)を通るようにする。
②全ての交差点で入ってくる斜め矢印と出ていく斜め矢印の本数を同じにする。

①、②の条件を満たす。

↓

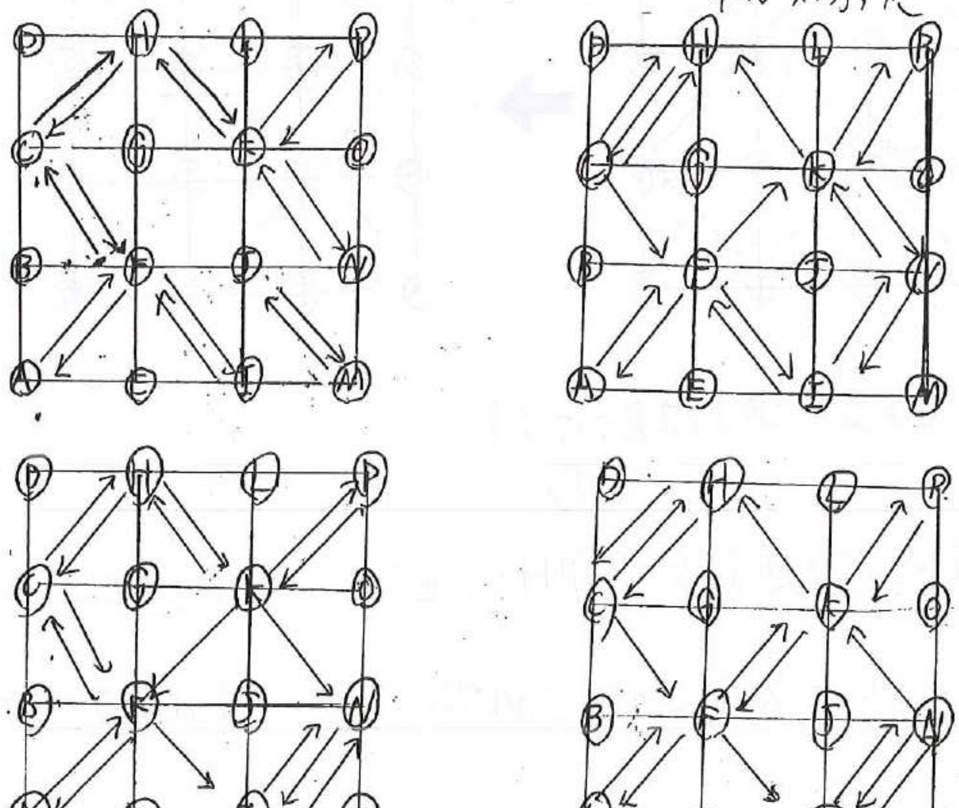
このうち、①だけだと矢印を最低4本追加すればよいが、②を満たすものはない。
したがって斜めの矢印は最16本、つまり32マス通る事がある。

↓

②を調べるには、4点(C,H,IN)での不均衡に着目し考えながらCH間、IN間を場合分けしてしらみつぶしにやっていかなければならない、という事がわかった。

↓

そうすると、16本(32マス)で4つのパターンがあるという事がわかった



これらの中でA→Aに戻ってくるのは

①24通り　②16通り　③16通り　④8通り

よって
$24+16^{2}+8=64$　　A. 64通り

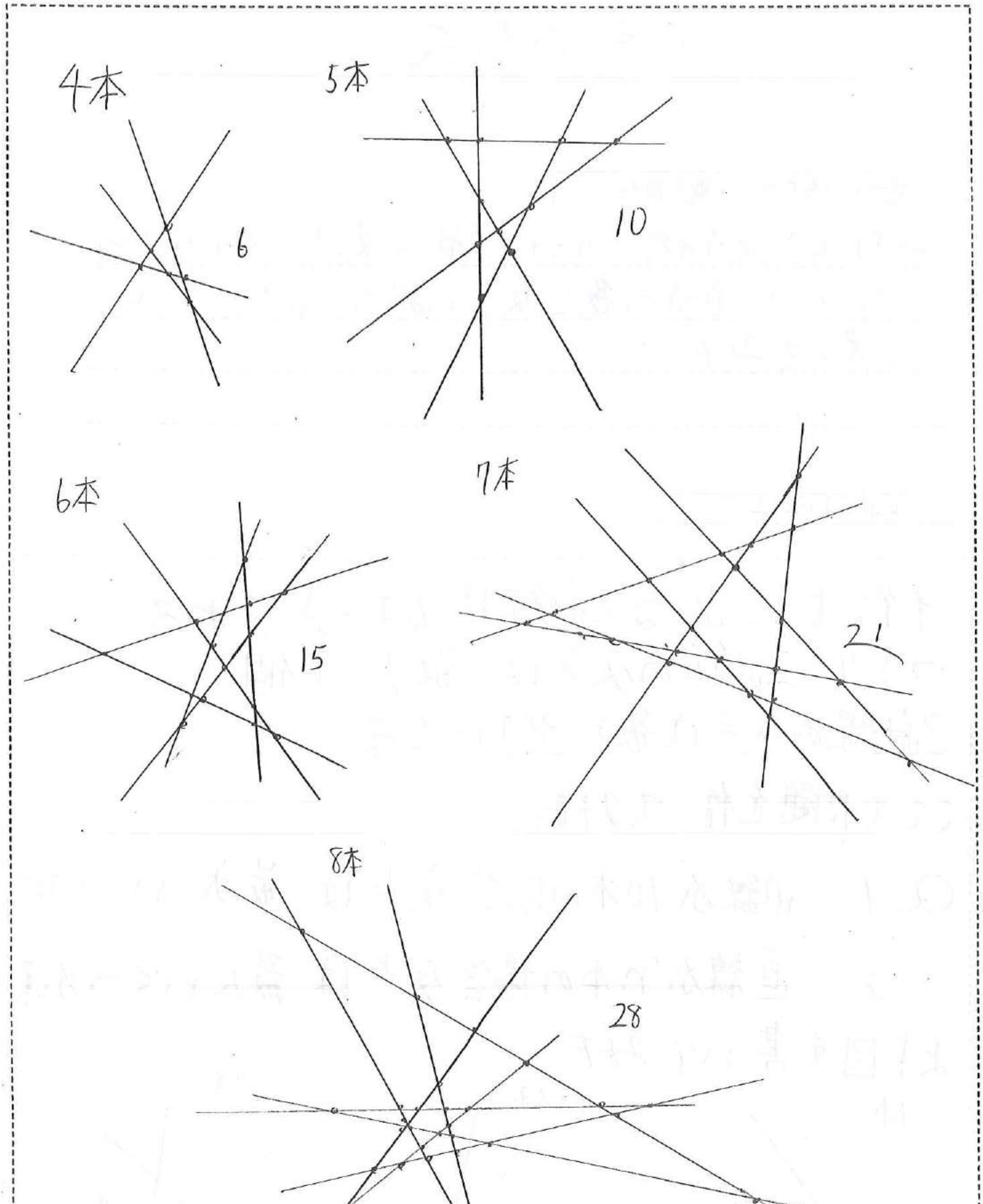
交点の公式

レポートのあらすじ・取り組み

平行上にある平行でない2直線は必ず一点で交わる
このことから直線の数と交点の数から公式について考えてみた

レポートの内容

平行上にある2直線は必ず一点交わる
つまり 2直線の交点は 最大1個
3直線の交点は最大3個になる。
ここで問題を作ってみた。
Q1. 直線が10本の場合交点は最大いくつか?
 2. 直線がn本の場合交点は最大いくつか?
まず図を書いてみた。


4本
6
5本
10
6本
15
7本
21
8本
28

さらにこれらを表にした。

線(本)	1	2	3	4	5	6	7	8
交点(個)	0	1	3	6	10	15	21	28

$0 \underbrace{\rightarrow}_{1} 1 \underbrace{\rightarrow}_{2} 3 \underbrace{\rightarrow}_{3} 6 \underbrace{\rightarrow}_{4} 10 \underbrace{\rightarrow}_{5} 15 \underbrace{\rightarrow}_{6} 21 \underbrace{\rightarrow}_{7} 28$

この表から分かることは
「1ずつ増えている、線と交点をたした数が次の交点」
ということである。よって $(\underset{n}{\text{線の数}})-1=(\text{増える数})$
という式が成り立つ。次は交点の数について
考える。
1ずつ増えていくのでたしていく

$$\begin{array}{r} 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 \\ 10+9+8+7+6+5+4+3+2+1 \\ \hline (11\times10)\div2=55 \end{array}$$

A 55個

ex 100本の場合

$(100\times99)\div2=4950$

② (n−1)と分かったので

$(n-1+1)\times(n-1)\div2$

$\dfrac{(n-1+1)\times(n-1)}{2}=\dfrac{n(n-1)}{2}$

A $\dfrac{n(n-1)}{2}$

交点の公式は $\dfrac{n(n-1)}{2}$ である。

小数部分が限りなく続く数

レポートのあらすじ・取り組み

計算をしている時　数字には法則がある時があった。一定の順で数が繰り返されるものや同じ数が続くものに興味を持った。素数という特別な数を検討してみたが、思っていた結果が得られなかったため範囲を決め全ての数を検討した。

レポートの内容

分数で3分の１のように、少数で表すと0．333333・・・・・等、どこまでも続くものがある。

3分の１は分母が素数なので、少数部分が限りなく続くものは、素数だけなのだろうか。

この他にも、少数部分が限りなく続くものを探してみよう。

【例：分母が素数】

１／２＝０．５

１／５＝０．２

１／７＝０．１４２８５７１４・・・・・

１／１１＝０．０９０９０９０９・・・・・

１／１３＝０．０７６９２３０７６９・・・・・

１／１７＝０．０５８８２３５２９４１・・・・・

１／１９＝０．０５２６３１５７８９４・・・・・

１／２３＝０．０４３７８２６０８６・・・・・

１／２９＝０．０３４４８２７５８６２・・・・・

１／３１＝０．０３２２５８０６４５１・・・・・

１／３７＝０．０２７０２７０２７０２・・・・・

１／４１＝０．０２４３９０２４３９・・・・・

１／４３＝０．０２３２５５８１３９５・・・・・

１／４７＝０．０２１２７６５９５７４・・・・・

１／４９＝０／０２０４０８１６３２６・・・・・

素数のなかでも2分の1、5分の1のように例外もあるが、その他の素数は少数部分が限りなく続く事がわかった。
この他にも分母が素数以外のもので、小数部分が限りなく続くものがあるか探してみよう。

【例：分母が素数以外】

1／6＝0．1666666666・・・・・
1／9＝0．1111111111・・・・・
1／12＝0．0833333333・・・・・
1／14＝0．0714285714・・・・・
1／15＝0．0666666666・・・・・
1／18＝0．0555555555・・・・・
1／21＝0．0476190476・・・・・
1／22＝0．0454545454・・・・・
1／24＝0．0416666666・・・・・
1／26＝0．0384815384・・・・・
1／27＝0．037037037・・・・・
1／28＝0．0357142857142・・・・・
1／30＝0．0333333333・・・・・
1／33＝0．0303030303・・・・・
1／34＝0．0294117647・・・・・
1／35＝0．0285714285・・・・・
1／36＝0．0277777777・・・・・
1／38＝0．0263157894・・・・・
1／39＝0．0256410256・・・・・
1／42＝0．0238095238・・・・・
1／44＝0．0227272727・・・・・
1／45＝0．0222222222・・・・・
1／46＝0．0217391304・・・・・
1／48＝0．0208333333・・・・・

調べた結果、1～100まで素数は『26コ』、素数以外の小数部分が限りなく続く数は『61コ』であった。
分母が素数以外でも小数部分が限りなく続く数は多くあり、割り切れる数の方が少なく、小数部分が限りなく続くものの中でも、分母が素数ではないものの方が多い事がわかった。

D−75

1	1.000000000000000000	51	0.019607843137254900
2	0.500000000000000000	52	0.019230769230769200
3	0.333333333333333000	53	0.018867924528301900
4	0.250000000000000000	54	0.018518518518518500
5	0.200000000000000000	55	0.018181818181818200
6	0.166666666666667000	56	0.017857142857142900
7	0.142857142857143000	57	0.017543859649122800
8	0.125000000000000000	58	0.017241379310344800
9	0.111111111111111000	59	0.016949152542372900
10	0.100000000000000000	60	0.016666666666666700
11	0.090909090909090900	61	0.016393442622950800
12	0.083333333333333300	62	0.016129032258064500
13	0.076923076923076900	63	0.015873015873015900
14	0.071428571428571400	64	0.015625000000000000
15	0.066666666666666700	65	0.015384615384615400
16	0.062500000000000000	66	0.015151515151515200
17	0.058823529411764700	67	0.014925373134328400
18	0.055555555555555600	68	0.014705882352941200
19	0.052631578947368400	69	0.014492753623188400
20	0.050000000000000000	70	0.014285714285714300
21	0.047619047619047600	71	0.014084507042253500
22	0.045454545454545500	72	0.013888888888888900
23	0.043478260869565200	73	0.013698630136986300
24	0.041666666666666700	74	0.013513513513513500
25	0.040000000000000000	75	0.013333333333333300
26	0.038461538461538500	76	0.013157894736842100
27	0.037037037037037000	77	0.012987012987013000
28	0.035714285714285700	78	0.012820512820512800
29	0.034482758620689700	79	0.012658227848101300
30	0.033333333333333300	80	0.012500000000000000
31	0.032258064516129000	81	0.012345679012345700
32	0.031250000000000000	82	0.012195121951219500
33	0.030303030303030300	83	0.012048192771084300
34	0.029411764705882400	84	0.011904761904761900
35	0.028571428571428600	85	0.011764705882352900
36	0.027777777777777800	86	0.011627906976744200
37	0.027027027027027000	87	0.011494252873563200
38	0.026315789473684200	88	0.011363636363636400
39	0.025641025641025600	89	0.011235955056179800
40	0.025000000000000000	90	0.011111111111111100
41	0.024390243902439000	91	0.010989010989011000
42	0.023809523809523800	92	0.010869565217391300
43	0.023255813953488400	93	0.010752688172043000
44	0.022727272727272700	94	0.010638297872340400
45	0.022222222222222200	95	0.010526315789473700
46	0.021739130434782600	96	0.010416666666666700
47	0.021276595744680900	97	0.010309278350515500
48	0.020833333333333300	98	0.010204081632653100
49	0.020408163265306100	99	0.010101010101010100
50	0.020000000000000000	100	0.010000000000000000

素数
素数以外

D-76

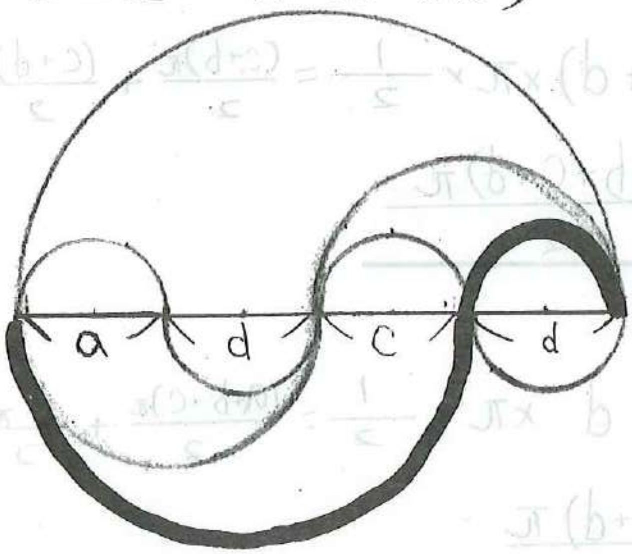
数学 レポート

レポートのあらすじ・取り組み

この数学レポートを終えて僕はあまり得意でない方程式の問題を解けてよかったです。これからもいろいろな問題を解きたいです。

レポートの内容

1, どの道が一番近いでしょう



2, 蜘蛛之巣山には魔女がいる
魔女は元禄時代には住んでいた。
つまり200歳から500歳まで
となる。魔女の年は、

13をたすと31でわりきれて
31をたすと13でわりきれる。
魔女の年齢は？

[redacted]の道

$$(a+b+c+d)\times\pi\times\frac{1}{2}=\underline{\frac{(a+b+c+d)\pi}{2}}$$

の道

$$a\times\pi\times\frac{1}{2}+b\times\pi\times\frac{1}{2}+c\times\pi\times\frac{1}{2}+d\times\pi\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{a\pi}{2}+\frac{b\pi}{2}+\frac{c\pi}{2}+\frac{d\pi}{2}$$

分配法則により $\underline{\frac{(a+b+c+d)\pi}{2}}$

[redacted]の道

$$(a+b)\times\pi\times\frac{1}{2}+(c+d)\times\pi\times\frac{1}{2}=\frac{(a+b)\pi}{2}+\frac{(c+d)\pi}{2}$$

分配法則により $\underline{\frac{(a+b+c+d)\pi}{2}}$

[redacted]の道

$$(a+b+c)\pi\times\frac{1}{2}+d\times\pi\times\frac{1}{2}=\frac{(a+b+c)\pi}{2}+\frac{d\pi}{2}$$

分配法則により $\underline{\frac{(a+b+c+d)\pi}{2}}$

よって全ての道は**等しい距離**である

魔女の年齢をxとおく

$$\begin{cases} x+13=31a & -① \\ x+31=13b & -② \end{cases} \quad (a, b \text{ 整数})$$

②−①

$18=13b-31a$

移項して

$13b-31a=18$

$31a$を$18a$と$13a$にわける

$13b-18a-13a=18$

移項して

$13b-13a=18+18a$

まとめて

$13(b-a)=18(1+a)$

等合を成り立たせるためには

$(1+a)$は13の倍数でないといけない。

(c 整数)

$1+a=13c$とおける

$a=13c-1$

$a=13c-1$を①に代入する。

$x+13=31\times(13c-1)$

$x+13=403c-31$

$x=403c-44$

また題より

$200\leqq x\leqq 500$

$200\leqq 403c-44\leqq 500$

$244\leqq 403c$

$\frac{244}{403}\leqq c$

$403c\leqq 544$

$c\leqq\frac{544}{403}$

$\frac{244}{403}\leqq c\leqq\frac{544}{403}$

cは整数なので当てはまる数は1となる

よって魔女の年齢は359歳となる。

おもしろ数学

レポートのあらすじ・取り組み

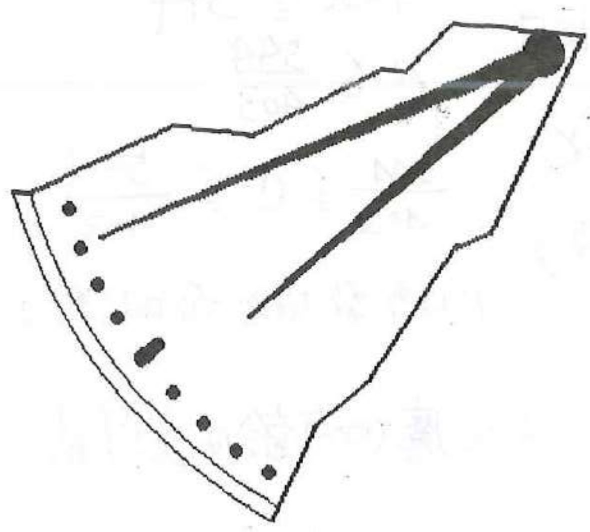
①は 時計の目盛りを使った問題。

②は ゲームに勝つための法則、負けるパターンの判定を考える問題。

レポートの内容

1.

問）図は時計を写したものですが、破れていて図の部分しか残っていません。
さらにその時計は文字盤がないタイプです。
この時計の短針と長針が目盛りをちょうど指しているとき、この時刻は何時何分だったでしょう？



解）短針が目盛りをちょうど指すのは60分/5 = 12分
だから、0分、12分、24分、36分、48分の5通りしかない。
その内で、図のように分数を5で割って3余るのは
48しかない。長針が48分なら図は明らかに
短針は8と9の間です。ということは8時48分。

答．8時48分

2、

「天国と地獄」

1対1の2人でするゲームです。

ある数(n)と、1人が1回に言える個数(m)を
決めます。そして1から順にm個以内で数を言っていきます。
この時少なくとも1つは数を言わなければなりません。
「天国のn」ならnを言ったら勝ち、「地獄のn」
ならnを言ったら負けになる。

問）① n=30、m=3の「地獄の30」で花子が先攻の
とき、どうすれば絶対に勝てるでしょう？

② n=72、m=5の「天国の72」で花子が先攻の
とき、①の方法を花子も太郎も知っていたなら
どっちが勝つでしょう？

③ n＝x，m＝Yの「地獄の才」「天国の才」で、
花子が先攻のとき、それぞれの場合について
どういうとき 絶対に花子は勝つでしょう？

解）① 2－6－10－14－18－22－26
を残すようにすればよい。
そしたら、花子の初手は「1」で絶対勝つ。

② 1－7－13－19－25－31－37－43－49－55－61－67
を残すようにすればよい。
そしたら、花子は「1」「7」を残すしか初手がないから勝てない。後手の太郎が絶対勝つ。

花子 1	太郎 2、3、4、5、6
花子 1、2	太郎 3、4、5、6
花子 1、2、3	太郎 4、5、6
花子 1、2、3、4	太郎 5、6
花子 1、2、3、4、5	太郎 6

③ n＝才、m＝Y「地獄の才」「天国の才」
Y＝1のとき
「地獄の才」 才が偶数のとき 花子は絶対勝つ。
「天国の才」 才が奇数のとき 花子は絶対勝つ。

※負けパターンの判定
（才＋1）÷（Y＋1）＝？…1
余りが1だと負けパターンである。

ー早く割り切れるか見分ける

レポートのあらすじ・取り組み

53189059÷7や4373856÷6などは一目で割り切れるとは分からない。
そこで、出来るだけ簡単に割り切れるか判断できる条件を調べた

レポートの内容

$\boxed{\text{÷1は全ての数が割り切れる}}$

$\boxed{\div 2}$

2×xで全て下1ケタが0、2、4、6、8のどれかで偶数になる

$\boxed{\text{÷2は下1ケタが偶数なら割り切れる}}$

$\boxed{\div 3}$

xを3で割り切れる数「219」にして調べてみる
数字をケタごとに分解して「2」と「1」と「9」にする

2×1×9=18　18は3で割り切れる
2+1+9=12　12は3で割り切れる
$2 \div 1 \div 9 = \frac{2}{9}$　分数になるので使えない
2−1−9=−8　−8は3で割り切れない

→他の数字「555」にはa×b×cは使えない
a+b+cは他の数「4674」などにも使える
↓
ケタごとに分けた数の上ーケタの数を全てたした数をAとし

A ÷3が割り切れれば x は3で割り切れる

÷4

÷2や÷3で使った方法は使えないので、新しい方法を考える

$4\times0=0$　$\times5=20=20+0$
$\times1=4$　$\times6=24=20+4$
$\times2=8$　$\times7=28=20+8$
$\times3=12$　$\times8=32=20+12$
$\times4=16$　$\times9=36=20+16$
になる

→4で割れる数は

$20\times x+4\times y$

わる数の下1ケが偶数で、4なら4、8なら8、2なら12、6なら16を引き、引いた数の下2ケタが00.20.40.60.80なら4で割り切れる

÷5

$5\times1=5$, $5\times2=10$, $5\times3=15$, $5\times4=20$……

と下1ケタは0,5,0,5,0,5……の繰り返し

÷5は下1ケタが0もしくは5なら割り切れる

÷6

÷4と同じ考え方が使えないか調べる

$6\times0=0$　$\times5=30=30+0$
$6\times1=6$　$\times6=36=30+6$
$\times2=12$　$\times7=42=30+12$
$\times3=18$　$\times8=48=30+18$
$\times4=24$　$\times9=54=30+24$
÷4と同じ考え方が使える

→6で割れる数は

$30\times x+6\times y$

わる数の下1ケタが6,2,8,4,0のいずれかであり、6なら6、2なら12、8なら18、4なら24をひき30の倍数にし、さらにその数字を10で割り3の倍数にしその数のそれぞれの数字の和が3で割り切れれば6で割り切れる

さ7

さ4、さ6と同じような方法が使えないか調べる

7×0=0
×1=7
×2=14
×3=21
×4=28
×5=35
×6=42
×7=49
×8=56
×9=63

7×x=xyという10の倍数になる数字が出てこないのでこの方法は使えない

さ3のような方法は

0,7,5,3,10,8,3,13,11,19……

と法則は見つからない

下1ケタも0〜9まで全て入っている

さ7は地道に解くしかない

さ8

8は4の2倍なのでさ4と同じ方法が使える?

8×0=0　×5=40=40+0
×1=8　×6=48=40+8
×2=16　×7=56=40+16
×3=24　×8=64=40+24
×4=32　×9=72=40+32

かける数が5増えるごとに解は8×5=40づつ増えている

→8で割り切れる数は

40×△+8×□

わる数の下1ケタが8なら8、6なら16、4なら24、2なら32を引き、引いた数を10で割りその数の下1ケタから4なら4、8なら8、2なら12、6なら16、を引いた数の下2ケタが00、20、40、60、80なら4で割り切れる

÷91

91は3の2乗なので、÷3と同じ方法が使える?
例えで7288281を使ってみる

$7+2+8+8+2+8+1=36$

9で割り切れる

7288281も÷9をすると809809で割り切れる

→÷3と同じ方法が使える

ケタごとに分けた数の上一ケタの数を全てたした数をAとし

$\boxed{\text{A÷3が割り切れれば9で割り切れる}}$

連続する2つの整数の和・差・積・商はいつも「〜」になる。

レポートのあらすじ・取り組み

僕は、ただ問題を解くのではなく、自分で考えた課題を
解決したいと思ってこの様なレポートにしました。

レポートの内容

1. 連続する2つの整数の「和」はいつも奇数である。

- 2+3=5
- 4+5=9
- 5+6=11

さらに大きい数で計算すると、

- 329+330=659
- 998+999=1997

<これにより、解ったこと>

「連続する2つの整数の和は、
いつも奇数になる」ことです。

(証明)

小さい数をnと表すと
大きい数はn+1と表せるので、
連続する2つの整数の和は

$n+(n+1)$

$=2n+1$

=偶数+1

- 偶数+1となるということは必ず奇数ということです。

2、連続する2つの整数の「差」は、いつも1である。

。$2-1=1$

。$3-2=1$

。$8-7=1$

さらに大きい数で計算すると

。$330-329=1$

。$1999-1998=1$

<これにより、解ったこと>

連続する2つの整数の差は、

いつも1になることです。

(証明)

小さい数をnと表すと

大きい数はn+1と表せるので

連続する2つの整数の差は、

$(n+1)-n$

$=1$

。$(n+1)-n=1$ になるということは

いつも1になるということです。

3、連続する2つの整数の「積」は、いつも偶数である。

。$2\times3=6$

。$5\times6=30$

。$8\times9=72$

さらに大きい数で計算すると、

。2002×2003

$=46046$

<これにより解ったこと>

連続する2つの整数の積は、

いつも偶数になることです。

(証明)

小さい数をnと表すと、

大きい数はn+1と表せるので、

連続する2つの整数の積は、

$n\times(n+1)$　<例>

$=n^2+n$　$n=1$　$1^2+1=2$　$n=5$　$5^2+5=30$　。n^2+nになるということはいつも偶数であることです。

D-88

4. 連続する2つの整数の「商」は、
いつも先頭の数字が分子で
後の数字が分母にくる。
また、商には決まりがあるか
無いかについても考えました。

。$1 \div 2 = \frac{1}{2}$

。$3 \div 4 = \frac{3}{4}$

。$10 \div 11 = \frac{10}{11}$

さらに大きい数で計算すると、

。$1687 \div 1688 = \frac{1688}{1689}$

また、連続していない数で計算すると、

。$4 \div 9 = \frac{4}{9}$

。$6 \div 23 = \frac{6}{23}$

これにより解ったことは、
商の時だけは、
連続していてもしていなくても決まりがないことが解りました。

数学の考え方

レポートのあらすじ・取り組み

① $\frac{1}{13}$を小数で表して、循環小数になるかを調べる。

② 携帯電話のプランの選び方。

③ 影の変化。

レポートの内容

① ある分数の分子を分母で割った時、割ることをくり返すと、同じ余りがでてくる場合がある。
同じ余りがでてくれば、そのあとは同じ数学がくり返される。このような小数を循環小数という。

Q1. $\frac{1}{13}$を小数で表して、循環小数になるかどうかを調べる。

[式]

```
       0 0769230 7
13 ) ①00
       91
       ⑨0
       78
       120
       117
        30
        26
         40
         39
         ①00
          91
          ⑨0
```

このように、1度、同じ余りが出れば、
そこからは、同じ数学が続いてゆく

A. $\frac{1}{13}$を小数で表すと、循環小数になる。

② 携帯電話を契約するとき、さまざまなプランがあり、同じ電話会社で同じ時間通話しても、契約内容によって料金が異なります。どのプランにしたらよいかまよってしまいます。
次の例で考えてみましょう。

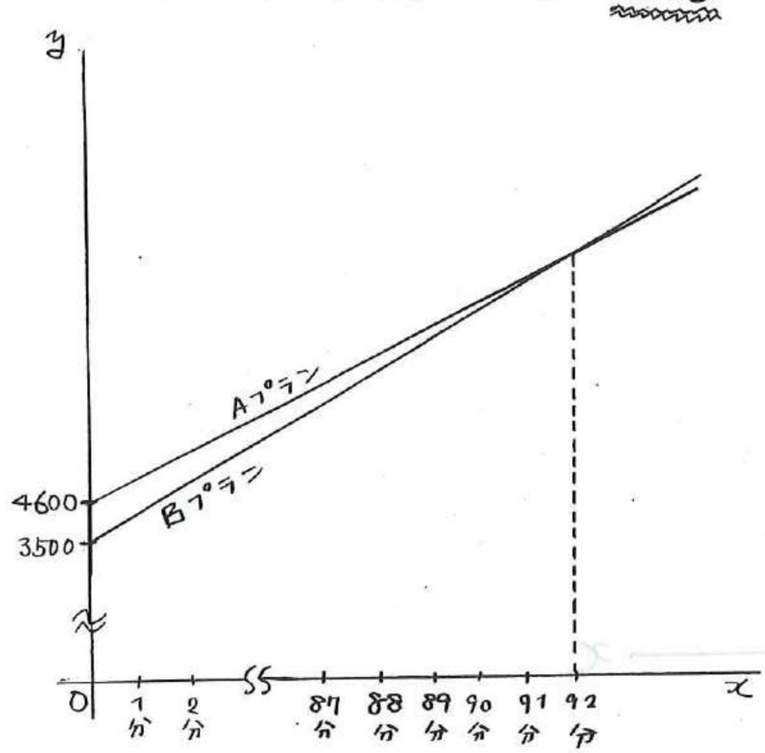
Aプラン(月々の電話料金)＝月々の基本料金4600円と通話料
Bプラン(月々の電話料金)＝月々の基本料金3500円とAプランの通話料の1.4倍の通話料

月々の電話料金を $\boxed{y円}$、Aプランの通話料を $\boxed{x円}$ とする。

Aプラン：$y = 4600 + x$
Bプラン：$y = 3500 + 1.4x$
xを、30円/分とする。

A＝30円/分
B＝42円/分

$(4600 - 3500) \div (42 - 30) = 91.66 \sim$

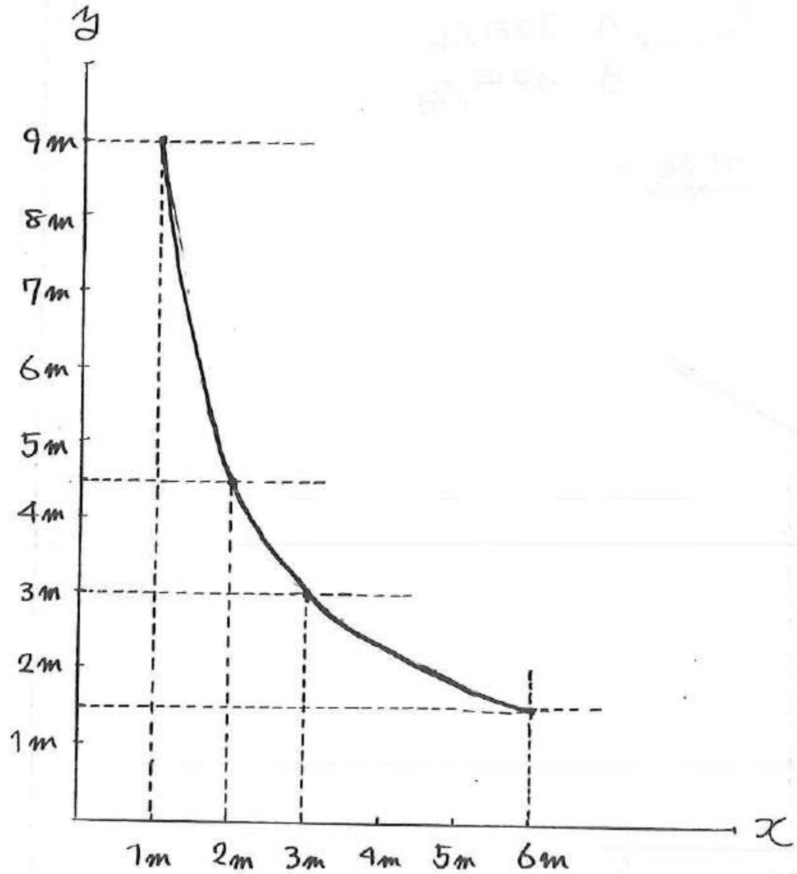


A. 月に92分以上通話する人は、Aのプラン
92分未満の人はBのプランが、とく

③ 高い壁から6m離れた地面にライトを置き、身長150cmのAさんがライトから壁に向かってまっすぐに歩きました。壁にできる影の高さはどのように変化するか。

※・ライトとAさんとの距離を$\boxed{x\,m}$、壁にできる影の高さを$\boxed{y\,m}$とする。

[式] $x : 6 = 1.5 : y$　　$y = \frac{9}{x}$



数学レポート ～一筆書き～

レポートのあらすじ・取り組み

一筆書きという遊びをしていると疑問がいくつか浮かんできたので調べてみた。

レポートの内容

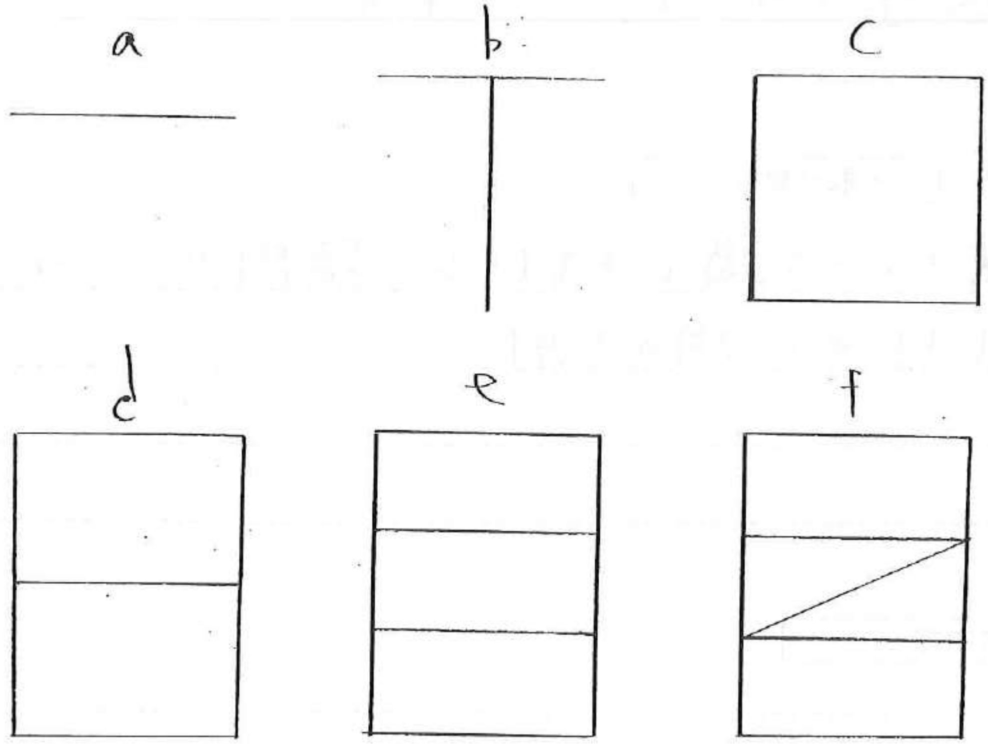
・まず「一筆書き」とは何か？

一筆書きとは、一度書き始めたらペン先を紙から離さずに最後まで書く図形を一筆書きという。
ただし、一度とおった線とは交わってもいいが、同じ線を２度とおってはいけない。

〈Q1〉一筆書きができる図形とできない図形

図形の中には一筆書きできる図形とできない図形があります。次のいくつかの図形について考えます。

〈Q1〉つづき…



〈奇数点と偶数点〉

ある図形が一筆書きできるかどうか調べるためにはその図形の頂点や線の交点に注目します。一つの点から奇数個の線がでている点を奇数点、偶数個の線がでている点を偶数点といいます。

Ⓠでは次に、〈Q1〉の図について
詳しく調べていきます。

	a	b	c	d	e	f
奇数点の数	2	4	0	2	4	2
偶数点の数	0	0	4	4	4	6
一筆書き	o	x	o	o	x	o

<予想>

・奇数点が「4」の場合は不可能

・偶数点が無関係？

<結果>

・一筆書きできるのは奇数点が0個か2個のときだけである。

・奇数点が2個の場合はその1つから書き始めなければならない。

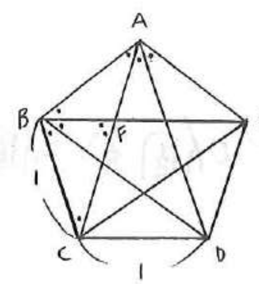
・偶数点だけならば、どこから書いてもいい。

黄金比の『謎』

レポートのあらすじ・取り組み

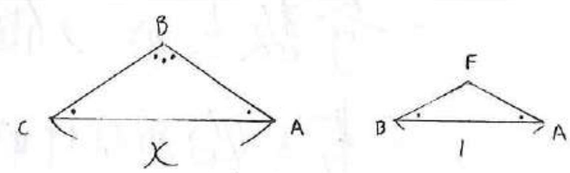
黄金比とは、1つの線分を1：1.618との比に分けることで、横と縦とがこの比になると美感が与えられるという。そして、この比を使って正五角形を作図することや、身のまわりにある黄金比をさがしてみました。

レポートの内容



・これは、1辺が「1」の正五角形です。
対角線をひくと、△ACDは二等辺三角形ですから
辺ACの長さがわって、作図できれば
正五角形を書くことができます。

1) 対角線ACの長さをもとめよう。



$\triangle BCA \backsim \triangle FBA$
だから、$AB : AF = CA : AB$
$AC = x$とすると、※$CF = 1$だから
$1 : (x-1) = x : 1$
よって、$x(x-1) = 1$になり、この式を解く

※、$CF=1$なのは$\triangle CBF$が二等辺三角形だから。

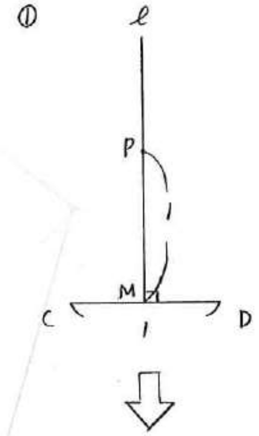
$x(x-1) = 1$
$x^2 - x - 1 = 0$
$x^2 - x + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}$
$x^2 - x + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$
$(x - \frac{1}{2})^2 = \frac{5}{4}$

$x - \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{5}{4}}$
$x - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}}$
$x - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$
$x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

答え $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

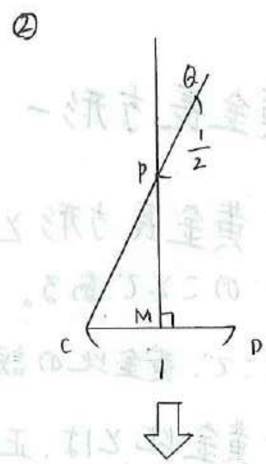
2）対角線ACの長さを作図してみよう。

① 辺CDの中点Mから垂線ℓをひき、
辺PM＝1になるように点Pをとる。



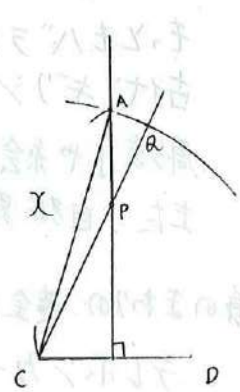
※ 2cm＝1としてこの図を
書いていることとする。

② 半直線CPをひき、PQ＝$\frac{1}{2}$の点Qをとる

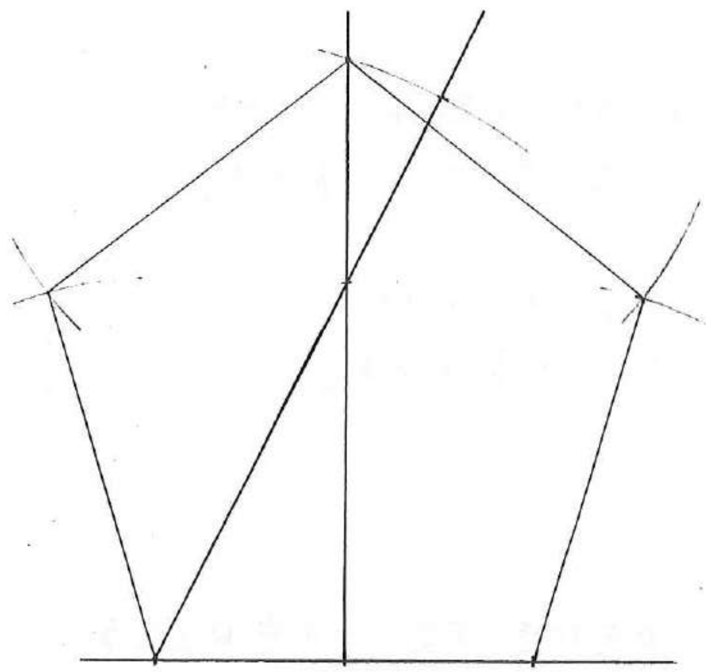


※ PQ＝$\frac{1}{2}$とは、辺CPの長さの$\frac{1}{2}$のこと
ここでは、辺CPの長さが2.25cm
だったので、辺PQは1.125cm
なので、辺PQを1.1cmとして書きました。

③ Cを中心として半径CQの円を書き、
ℓとの交点をAとする。



3) 正五角形をかいてみよう。



ー黄金長方形ー

・黄金長方形とは、縦と横の比が黄金比になっている長方形のことである。

☆ここで、黄金比の説明

・黄金比とは、正五角形の1辺の長さと対角線の長さとの比 $1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ を黄金比といいます。この比は、昔から
もっともバランスのとれた美しい比として知られていました。
古代ギリシャ時代に発見されて以来、
彫刻や絵画、建築などに多く使われていきました。
また、自然界にもこの比が見られます。

☆身のまわりの、黄金比や黄金長方形
テレホンカードや本などにつかわれています。

正の数足しても増えないで行き止まる??

レポートのあらすじ・取り組み

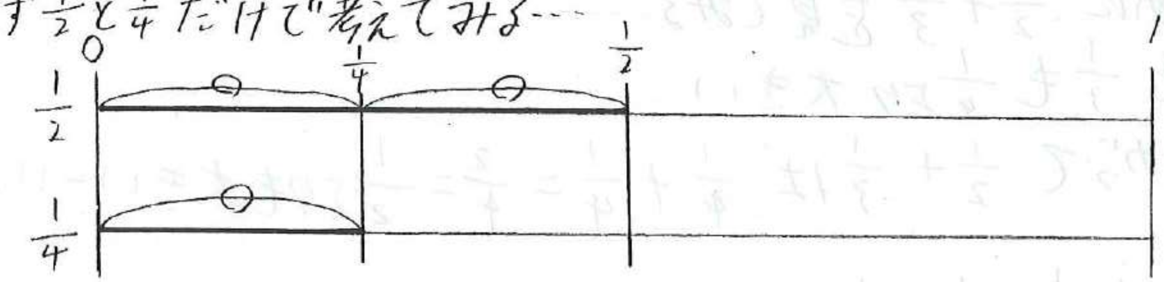
ある本を読んで、正の数を足しても1に近づくが、けっして1にはならない数字があることを知った。そこで、その数はなぜそうなるのか？と似た様な数字で同じようになるものはないのか？という2つの事に的を絞って考えてみた。

レポートの内容

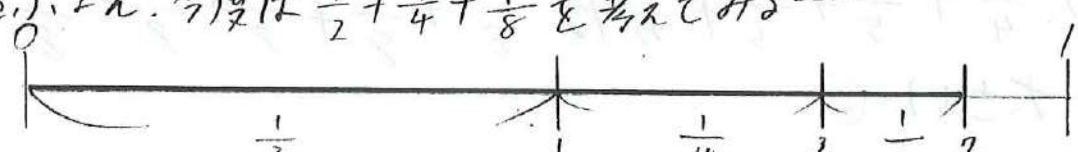
1. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\cdots\cdots$ この様に、2の乗方の数を分母とする分数はどこまで足しても1にはならないらしい。

なぜなのだろうか？

まず$\frac{1}{2}$と$\frac{1}{4}$だけで考えてみる…



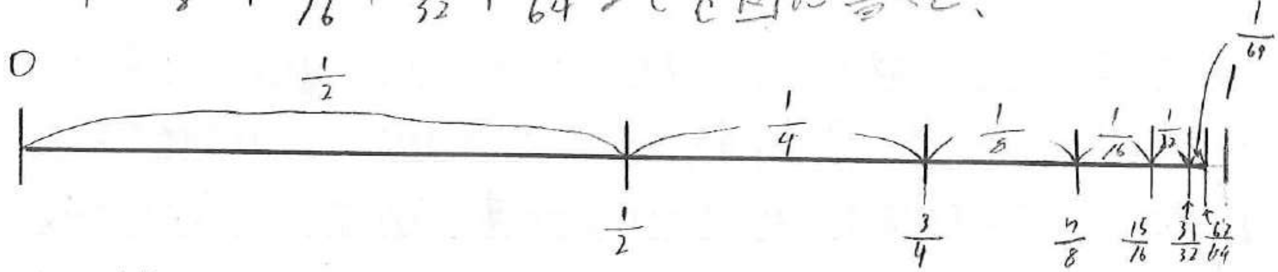
このように、加える数はどんどん小さくなっている
さらに、上図の様に$\frac{1}{4}$は$\frac{1}{2}$の半分である。
これらをふまえ、今度は$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$を考えてみる……



$\frac{1}{4}$の半分は$\frac{1}{8}$で、$\frac{1}{8}$の半分は$\frac{1}{16}$

つまり、この様にいつも半分の数を加えていくことになる。

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$までを図に書くと、



上図の様に永遠に続く。

つまり、限りなく1に近づくが決して1にはならない。

2. では、同じように前より小さな数を足していく

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}$ ……

も、1にはならないのだろうか？

始めに $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ を見てみる……

$\frac{1}{2}$も$\frac{1}{3}$も$\frac{1}{4}$より大きい

したがって $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$は、$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$よりも大きい―①

次に$\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$を見てみる……

$\frac{1}{4}$も$\frac{1}{5}$も$\frac{1}{6}$も$\frac{1}{7}$も、$\frac{1}{8}$より大きい

つまり、$\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$は $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

よりも大きい―②

①②より

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\cdots=x$$

$$\underbrace{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}_{\vee}+\underbrace{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}}_{\vee}+\cdots=\underbrace{x}_{\vee}$$

$$\frac{1}{2}\quad+\quad\frac{1}{2}\quad=\quad1$$

このように最初の6つで1を超えている

1,2を踏まえて考えると、

分母が前の分母を2倍していっている時は、いくら足しても1より大きくはならない。

サイコロの不思議

レポートのあらすじ・取り組み

[Ⅰ] サイコロを1000回ふって、本当に確率が$\frac{1}{6}$になるのか調べる実験。

[Ⅱ] 2個のサイコロを同時に投げて、出た目の和に賭けるものとする。目の和がいくつの場合に賭けるのが一番有利か?

[Ⅲ] 3個のサイコロを1000回ふってゾロ目が出る確率。

レポートの内容

NO. 1

DATE

回数	1コ	2コ	3コ
1	3	52_{7}	264
2	3	36_{9}	225
3	6	55_{10}	246
4	1	46_{10}	526
5	3	15_{6}	663
6	3	31_{4}	552
7	4	63_{9}	361
8	2	16_{7}	655
9	3	43_{7}	236
10	3	42_{6}	321
11	2	11_{2}	443
12	2	42_{6}	645
13	6	15_{6}	155
14	4	25_{7}	244
15	2	51_{6}	176
16	1	34_{7}	465
17	1	15_{6}	464
18	2	46_{10}	366
19	2	36_{9}	653
20	5	66_{12}	422
21	2	36_{9}	512
22	2	52_{7}	122
23	6	32_{5}	523
24	5	24_{6}	455
25	2	13_{4}	124
26	3	33_{6}	625
27	6	64_{10}	325
28	4	22_{4}	325
29	3	22_{4}	423
30	6	51_{6}	156
31	1	35_{8}	353
32	3	35_{8}	326
33	4	32_{5}	164
34	5	14_{5}	545
~~35~~	3	15_{6}	316
36	1	62_{6}	553
37	3	51_{6}	566
38	1	41_{5}	214
39	1	64_{10}	613
40	3	46_{10}	442
41	6	45_{9}	331
42	1	26_{8}	666
43	1	34_{7}	621
44	1	16_{7}	135
45	2	56_{11}	351
46	1	33_{6}	134
47	3	22_{4}	445
48	3	41_{5}	234
49	1	53_{8}	346
50	3	66_{12}	331
51	3	35_{8}	361
52	3	42_{6}	635
53	6	25_{7}	233
54	5	43_{7}	432
55	5	21_{3}	333
56	1	51_{6}	246
57	3	22_{4}	614
58	1	36_{9}	115
59	1	55_{10}	516
60	2	26_{8}	325
61	4	51_{6}	265
62	4	32_{5}	166
63	5	16_{7}	251
64	1	63_{10}	154
65	5	43_{7}	433
66	2	61_{7}	424
67	2	24_{6}	433
68	3	43_{7}	522
69	1	63_{9}	343
70	4	11_{2}	461
71	1	25_{7}	251
72	2	53_{8}	352
73	3	54_{9}	415
74	4	15_{6}	313
75	6	31_{4}	555
76	5	13_{4}	346
77	6	31_{4}	656
78	1	54_{9}	125
79	3	24_{6}	231
80	4	36_{9}	554
81	3	21_{3}	156
82	3	25_{7}	445
83	6	35_{8}	155
84	4	11_{2}	166
85	6	53_{8}	366
86	5	22_{4}	626
87	1	26_{8}	113
88	2	12_{3}	326
89	1	14_{5}	142
90	4	51_{6}	636
91	2	64_{10}	426
92	3	46_{10}	167
93	6	62_{8}	444
94	4	51_{6}	261
95	5	23_{5}	536
96	4	23_{5}	544
97	6	35_{8}	456
98	6	66_{12}	351
99	2	12_{3}	314
100	5	25_{7}	323
101	4	54_{9}	645
102	6	61_{7}	555
103	6	25_{7}	324
104	1	52_{7}	264
105	5	23_{5}	352
106	1	14_{5}	216
107	6	62_{8}	534
108	3	12_{3}	646
109	4	62_{8}	462
110	2	31_{4}	424
111	6	65_{11}	632
112	6	36_{9}	146
113	3	33_{6}	632
114	5	34_{7}	346
115	6	62_{8}	211
116	5	41_{5}	561
117	5	51_{6}	525
118	2	34_{7}	525
119	4	13_{4}	434
120	5	35_{8}	336
121	1	61_{7}	521
122	2	12_{3}	113
123	4	51_{6}	311
124	6	11_{2}	343
125	2	14_{5}	553
126	4	42_{6}	666
127	2	65_{11}	463
128	6	15_{6}	141
129	5	21_{3}	665
130	4	44_{8}	456
131	1	11_{2}	352
B2	6	63_{9}	241
133	1	43_{7}	242
134	5	66_{12}	123
135	2	34_{7}	662
136	1	31_{4}	354
137	1	44_{8}	663
138	3	11_{2}	546
139	5	15_{6}	442
140	1	51_{6}	663
141	3	52_{7}	256
142	2	33_{6}	346
143	4	42_{6}	412
144	6	12_{3}	565
145	6	31_{4}	342
146	1	44_{8}	154
147	4	36_{9}	316
148	5	22_{4}	332
149	2	43_{7}	144
150	3	13_{4}	665
151	1	25_{7}	
152	2	46_{10}	
153	5	11_{2}	
154	5	34_{7}	
155	6	14_{5}	
156	4	35_{8}	
157	6	51_{6}	
158	6	14_{5}	
159	6	23_{5}	
160	3	62_{8}	
161	2	66_{12}	
162	4	64_{10}	
163	5	43_{7}	
164	4	64_{10}	
165	3	23_{5}	
166	1	62_{8}	
167	1	13_{4}	
168	4	44_{8}	
169	3	14_{5}	
170	1	42_{6}	
171	1	32_{5}	
172	4	62_{8}	
173	2	56_{11}	
174	4	22_{4}	
175	3	34_{7}	
176	2	55_{10}	
177	2	13_{4}	
178	2	65_{11}	
179	3	12_{3}	
180	2	15_{6}	

KOKUYO

D-103

NO.

DATE

D-104

NO. 3

DATE

回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ	3コ
181	6	15 6	351	211	6	61 7	456	241	2	51 6	415
182	5	13 4	514	212	1	66 12	666	242	5	24 6	325
183	6	14 5	446	213	4	52 7	352	243	1	41 5	246
184	1	12 3	235	214	4	42 6	216	244	4	62 8	553
185	6	64 10	636	215	2	65 11	225	245	1	16 7	151
186	2	56 11	121	216	5	61 7	361	246	4	33 6	323
187	5	33 6	315	217	5	65 11	363	247	1	65 11	364
188	4	35 8	254	218	5	33 6	146	248	3	55 10	431
189	6	62 8	411	219	5	53 8	466	249	2	62 8	344
190	2	24 6	131	220	3	14 5	315	250	5	63 9	611
191	6	34 7	532	221	3	34 7	663	251	4	63 9	143
192	1	23 5	642	222	5	13 4	246	252	1	41 5	135
193	4	36 9	561	223	5	64 10	424	253	2	34 7	531
194	4	46 10	626	224	2	31 4	342	254	6	26 8	243
195	6	21 3	214	225	2	31 4	553	255	2	31 4	626
196	1	26 8	161	226	5	22 4	331	256	1	56 11	336
197	4	51 6	615	227	5	12 3	346	257	1	66 12	426
198	4	42 6	262	228	4	35 8	524	258	4	66 12	256
199	3	22 4	563	229	4	53 8	254	259	5	66 12	431
200	2	22 4	341	230	1	25 7	152	260	6	63 9	465
201	6	51 6	541	231	3	31 4	254	261	2	32 5	421
202	5	42 6	625	232	2	34 7	624	262	5	41 5	633
203	2	42 6	462	233	5	36 9	225	263	3	52 7	424
204	6	61 7	652	234	1	55 10	553	264	5	12 3	515
205	6	16 7	116	235	6	43 7	445	265	6	45 9	161
206	2	63 9	533	236	6	22 4	532	266	6	51 6	214
207	3	65 11	562	237	6	21 3	244	267	1	22 4	513
208	5	45 9	156	238	3	11 2	133	268	3	44 8	144
209	6	13 4	461	239	5	34 7	361	269	6	41 5	522
210	3	16 7	113	240	5	53 8	625	270	1	43 7	115

KOKUYO

NO. 4

DATE

回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ	3コ
271	1	24 6	246	301	4	32 5	141	331	4	31 4	[illegible]
272	6	11 2	263	302	3	13 4	625	332	6	62 8	[illegible]
273	6	62 8	264	303	2	32 5	513	333	1	43 7	[illegible]
274	4	12 3	211	304	2	25 7	554	334	6	33 6	[illegible]
275	4	35 8	616	305	6	43 7	453	335	5	62 8	[illegible]
276	1	61 7	632	306	4	64 10	115	336	4	64 10	[illegible]
277	4	23 5	521	307	6	41 5	362	337	6	13 4	[illegible]
278	2	65 11	625	308	2	43 7	236	338	1	16 7	[illegible]
279	5	56 11	324	309	1	36 9	164	339	1	41 5	[illegible]
280	1	66 12	513	310	4	11 2	661	340	5	25 7	[illegible]
281	4	36 9	416	311	6	46 10	551	341	5	55 10	[illegible]
282	4	26 8	622	312	6	52 7	416	342	1	61 7	[illegible]
283	1	61 7	256	313	2	53 8	415	343	5	15 6	[illegible]
284	2	24 6	561	314	5	33 6	624	344	4	32 5	[illegible]
285	5	13 4	545	315	6	54 9	151	345	4	43 7	[illegible]
286	2	53 8	333	316	4	42 6	653	346	3	25 7	[illegible]
287	1	64 10	634	317	6	62 8	526	347	4	44 8	[illegible]
288	1	24 6	454	318	4	53 8	164	348	5	43 7	[illegible]
289	6	16 7	362	319	4	31 4	263	349	5	24 6	[illegible]
290	3	63 9	546	320	6	14 5	532	350	6	25 7	[illegible]
291	4	11 2	252	321	5	13 4	613	351	2	61 7	[illegible]
292	1	46 10	221	322	4	21 3	385	352	5	35 8	[illegible]
293	5	32 5	154	323	6	54 9	143	353	1	41 5	[illegible]
294	1	42 6	542	324	6	65 11	445	354	2	33 6	[illegible]
295	2	12 3	641	325	3	55 10	612	355	3	35 8	[illegible]
296	6	11 2	322	326	1	54 9	613	356	1	22 4	[illegible]
297	6	33 6	125	327	4	25 7	331	357	2	16 7	[illegible]
298	3	46 10	422	328	4	25 7	453	358	5	64 10	[illegible]
299	5	36 9	154	329	3	65 11	266	359	2	43 7	[illegible]
300	6	45 9	664	330	5	26 8	325	360	1	43 7	[illegible]

回数	1コ	2コ	3コ
361	6	43 7	251
362	5	45 9	536
363	6	22 4	223
364	2	16 7	432
365	3	35 8	349
366	4	52 7	422
367	6	13 4	155
368	6	31 4	623
369	2	25 7	241
370	5	26 8	621
371	1	21 3	666
372	5	31 4	652
373	6	16 7	664
374	6	62 8	116
375	5	26 8	235
376	1	23 5	416
377	5	43 7	111
378	6	43 7	124
379	5	11 2	553
380	2	66 12	166
381	3	25 7	256
382	4	51 6	152
383	3	23 5	544
384	2	15 6	232
385	2	24 6	531
386	5	36 9	244
387	6	32 5	255
388	3	34 7	641
389	6	66 12	325
390	2	42 6	135

回数	1コ	2コ	3コ
391	4	65 11	263
392	6	66 12	442
393	3	64 10	545
394	3	52 7	665
395	4	62 8	453
396	4	54 9	515
397	6	54 9	641
398	5	53 8	245
399	5	66 12	364
400	3	11 2	322
401	6	43 7	414
402	6	25 7	352
403	2	61 7	166
404	3	44 8	255
405	3	36 9	266
406	3	26 8	426
407	5	32 5	352
408	3	24 6	565
409	6	21 3	256
410	6	35 8	556
411	5	64 10	256
412	2	33 6	211
413	2	24 6	554
414	5	42 6	224
415	3	22 4	436
416	6	41 5	566
417	5	55 10	241
418	3	25 7	555
419	1	36 9	312
420	5	11 2	631

回数	1コ	2コ	3コ
421	5	31 4	614
422	5	23 5	431
423	1	43 7	252
424	6	33 6	314
425	1	55 10	645
426	4	52 7	264
427	2	56 11	551
428	5	61 7	453
429	5	24 6	163
430	4	64 10	461
431	6	21 3	252
432	4	43 7	624
433	4	56 11	326
434	5	13 4	223
435	1	56 11	255
436	2	36 9	151
437	4	61 7	661
438	4	62 8	355
439	6	65 11	426
440	4	64 10	462
441	5	31 4	343
442	1	65 11	225
443	6	23 5	416
444	5	62 8	512
445	5	12 3	661
446	5	35 8	662
447	4	52 7	346
448	3	65 11	242
449	1	35 8	366
450	3	62 8	613

D-105

回数	1コ	2コ	3コ
451	2	64 10	211
452	3	41 5	435
453	5	36 9	652
454	2	45 9	313
455	2	21 3	636
456	5	66 12	223
457	3	34 7	231
458	6	13 4	155
459	6	52 7	621
460	1	66 12	462
461	2	43 7	551
462	3	44 8	416
463	1	54 9	431
464	2	53 8	524
465	3	31 4	615
466	2	35 8	615
467	4	41 5	514
468	5	51 6	155
469	4	42 6	344
470	6	53 8	242
471	5	36 9	364
472	5	42 6	216
473	6	25 7	525
474	3	31 4	216
475	1	45 9	545
476	2	52 7	154
477	6	53 8	546
478	3	25 7	643
479	1	51 6	345
480	5	46 10	263

回数	1コ	2コ	3コ
481	5	11 2	251
482	5	51 6	524
483	5	43 7	363
484	4	43 7	636
485	5	26 8	613
486	2	21 3	614
487	5	66 12	344
488	6	41 5	461
489	4	52 7	255
490	1	55 10	166
491	2	11 2	341
492	1	23 5	145
493	2	66 12	325
494	1	13 4	134
495	5	26 8	346
496	1	51 6	152
497	4	63 9	651
498	4	36 9	642
499	1	63 9	413
500	3	22 4	344
501	6	53 8	336
502	5	26 8	653
503	4	41 5	662
504	4	41 5	322
505	3	31 4	164
506	6	23 5	355
507	3	16 7	441
508	4	64 10	351
509	1	36 9	643
510	3	63 9	416

回数	1コ	2コ
511	5	54 9
512	1	56 11
513	3	62 8
514	3	25 7
515	6	32 5
516	4	53 8
517	6	12 3
518	3	26 8
519	5	34 7
520	5	26 8
521	6	25 7
522	3	66 12
523	5	33 6
524	6	44 8
525	5	34 7
526	2	45 9
527	5	44 8
528	5	22 4
529	6	14 5
530	1	45 9
531	4	55 10
532	5	35 8
533	1	54 9
534	3	32 5
535	2	62 8
536	3	51 6
537	4	63 9
538	1	15 6
539	6	11 2
540	5	62 8

NO. 7

DATE

回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ	3コ
541	5	26_{8}	453	571	4	42_{6}	264	601	5	34_{7}	365
542	5	25_{7}	642	572	5	31_{4}	636	602	2	65_{11}	665
543	3	13_{4}	513	573	1	23_{5}	642	603	3	66_{12}	651
544	2	36_{9}	265	574	5	52_{7}	353	604	4	46_{10}	515
545	6	52_{7}	534	575	1	61_{7}	666	605	1	64_{10}	332
546	1	51_{6}	624	576	6	22_{4}	441	606	6	36_{9}	621
547	5	11_{2}	436	577	3	51_{6}	361	607	3	11_{2}	542
548	3	22_{4}	266	578	2	66_{12}	166	608	3	22_{4}	165
549	2	11_{2}	124	579	4	22_{4}	656	609	1	13_{4}	662
550	5	62_{8}	261	580	2	65_{11}	113	610	5	31_{4}	344
551	1	64_{10}	143	581	3	52_{7}	665	611	2	44_{8}	654
552	4	13_{4}	426	582	5	13_{4}	554	612	5	11_{2}	322
553	2	66_{12}	342	583	3	22_{4}	626	613	1	65_{11}	162
554	1	13_{4}	356	584	5	63_{9}	424	614	4	43_{7}	316
555	2	41_{5}	543	585	3	33_{6}	664	615	5	64_{10}	166
556	6	34_{7}	321	586	2	55_{10}	642	616	5	62_{8}	541
557	5	12_{3}	461	587	2	31_{4}	226	617	1	25_{7}	153
558	6	44_{8}	312	588	4	64_{10}	454	618	5	12_{3}	664
559	2	34_{7}	424	589	5	54_{9}	546	619	2	23_{5}	453
560	6	13_{4}	365	590	2	16_{7}	652	620	3	11_{2}	553
561	5	46_{10}	142	591	5	41_{5}	353	621	2	32_{5}	334
562	5	13_{4}	136	592	1	55_{10}	436	622	5	11_{2}	133
563	6	22_{4}	152	593	3	45_{9}	444	623	4	33_{6}	435
564	1	63_{9}	614	594	6	23_{5}	661	624	6	23_{5}	511
565	1	36_{9}	463	595	6	61_{7}	322	625	6	26_{8}	246
566	2	26_{8}	546	596	2	36_{9}	452	626	5	11_{2}	262
567	1	16_{7}	126	597	3	42_{6}	625	627	1	22_{4}	446
568	1	62_{8}	333	598	1	33_{6}	616	628	5	15_{6}	144
569	4	16_{7}	164	599	4	66_{12}	226	629	1	14_{5}	252
570	1	33_{6}	116	600	4	64_{10}	413	630	1	36_{9}	633

KOKUYO

NO.

DATE

回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ
631	5	51_{6}	623	661	3	15_{6}	211	691	1	65_{11}
632	3	34_{7}	136	662	1	11_{2}	236	692	1	57_{7}
633	5	45_{9}	536	663	5	15_{6}	251	693	2	25_{7}
634	6	14_{5}	315	664	4	12_{3}	612	694	6	66_{12}
635	5	11_{2}	256	665	5	65_{11}	216	695	1	34_{7}
636	2	46_{10}	416	666	6	34_{7}	221	696	5	55_{10}
637	6	21_{3}	625	667	2	15_{6}	325	697	5	41_{5}
638	3	52_{7}	615	668	2	11_{2}	151	698	4	55_{10}
639	6	63_{9}	365	669	6	35_{8}	443	699	2	52_{7}
640	5	66_{12}	124	670	3	35_{8}	661	700	3	62_{8}
641	2	36_{9}	216	671	2	23_{5}	316	701	6	22_{4}
642	4	24_{6}	163	672	1	33_{6}	445	702	5	14_{5}
643	2	26_{8}	234	673	5	12_{3}	454	703	3	24_{6}
644	2	12_{3}	621	674	4	55_{10}	552	704	5	64_{10}
645	2	42_{6}	414	675	6	21_{3}	344	705	4	52_{7}
646	2	22_{4}	212	676	5	66_{12}	621	706	4	62_{8}
647	6	11_{2}	362	677	6	43_{7}	216	707	6	41_{5}
648	2	54_{9}	116	678	4	51_{6}	656	708	3	26_{8}
649	1	63_{9}	666	679	6	35_{8}	346	709	6	22_{4}
650	6	66_{12}	121	680	6	61_{7}	216	710	2	36_{9}
651	4	34_{7}	235	681	4	46_{10}	151	711	6	32_{5}
652	1	66_{12}	265	682	3	33_{6}	561	712	4	64_{10}
653	2	45_{9}	126	683	5	25_{7}	246	713	2	15_{6}
654	3	51_{6}	226	684	4	54_{9}	246	714	3	61_{7}
655	4	16_{7}	616	685	6	42_{6}	154	715	3	32_{5}
656	6	24_{6}	323	686	5	65_{11}	354	716	4	35_{8}
657	6	54_{9}	655	687	5	31_{4}	622	717	1	56_{11}
658	4	13_{4}	243	688	3	25_{7}	114	718	2	45_{9}
659	6	52_{7}	534	659	5	64_{10}	434	719	6	25_{7}
660	3	31_{4}	543	690	6	45_{9}	532	720	6	64_{10}

D-106

NO. 9

DATE

回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ	3コ
721	1	36 9	442	751	3	58 10	533	781	4	43 7	213
722	5	61 7	665	752	4	34 7	466	782	4	26 8	233
723	1	22 4	654	753	1	56 11	665	783	5	53 8	622
724	5	34 7	124	754	3	61 7	624	784	3	12 3	164
725	6	32 5	213	755	4	55 10	563	785	5	32 5	132
726	3	55 10	531	756	5	31 4	331	786	5	11 2	332
727	1	25 7	665	757	5	12 3	345	787	4	11 2	232
728	1	24 6	516	758	3	11 2	331	788	5	16 7	544
729	2	45 9	562	759	2	42 6	112	789	1	36 9	226
730	3	51 6	124	760	6	24 6	361	790	4	61 7	153
731	5	34 7	346	761	5	14 5	252	791	3	24 6	114
732	1	26 8	226	762	1	53 8	344	792	4	26 8	122
733	5	45 9	255	763	2	66 12	214	793	5	23 5	561
734	1	16 7	444	764	5	26 8	651	794	1	23 5	555
735	5	24 6	614	765	4	21 3	226	795	2	31 4	562
736	1	31 4	443	766	4	15 6	363	796	5	22 4	456
737	5	21 3	564	767	5	56 11	465	797	1	56 11	525
738	6	43 7	454	768	6	66 12	611	798	1	31 4	412
739	1	15 6	162	769	2	51 6	352	799	1	63 9	123
740	2	33 6	432	770	2	56 11	221	800	6	41 5	341
741	3	61 7	334	771	3	35 8	614	801	5	31 4	254
742	3	14 5	644	772	6	23 5	663	802	6	56 11	154
743	1	24 6	226	773	5	26 8	141	803	2	14 5	626
744	4	41 5	652	774	4	31 4	254	804	4	24 6	245
745	5	24 6	645	775	5	35 8	252	805	4	13 4	131
746	3	55 10	112	776	3	44 8	214	806	6	61 7	223
747	4	43 7	112	777	3	41 5	554	807	2	21 3	643
748	4	62 8	413	778	3	12 3	112	808	5	11 2	614
749	6	13 4	541	779	2	25 7	356	809	1	54 9	146
750	3	23 5	354	780	5	34 7	322	810	4	66 12	122

KOKUYO

D-107

NO.

DATE

回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ
811	2	23 5	651	841	3	51 6	113	871	3	34
812	6	34 7	256	842	6	46 10	665	872	3	61
813	5	15 6	364	843	1	66 12	151	873	5	66
814	4	35 8	213	844	5	33 6	224	874	4	65
815	2	11 2	254	845	6	43 7	435	875	2	25
816	1	51 6	245	846	1	64 10	662	876	1	61
817	6	55 10	332	847	6	12 3	556	877	4	22
818	3	25 7	463	848	6	24 6	312	878	2	62
819	6	55 10	634	849	2	34 7	162	879	5	61
820	2	26 8	154	850	6	36 9	152	880	4	15
821	3	24 6	421	851	6	24 6	461	881	4	12
822	4	24 6	456	852	5	41 5	412	882	6	15
823	6	23 5	223	853	5	65 11	434	883	5	13
824	2	15 6	644	854	4	45 9	326	884	2	51
825	1	55 10	342	855	5	42 6	565	885	2	41
826	3	15 6	363	856	4	62 8	326	886	3	55
827	1	15 6	643	857	3	45 9	452	887	6	65
828	2	33 6	526	858	2	25 7	251	888	3	66
829	2	56 11	415	859	6	21 3	543	889	2	43
830	5	24 6	315	860	5	52 7	311	890	3	55
831	5	31 4	521	861	4	22 4	622	891	2	64
832	5	54 9	221	862	5	14 5	646	892	1	63
833	2	52 7	141	863	1	16 7	514	893	4	16
834	3	32 5	114	864	1	21 3	331	894	6	32
835	2	54 9	213	865	3	46 10	632	895	3	23
836	6	34 7	232	866	2	15 6	343	896	2	22
837	3	56 11	631	867	4	34 7	613	897	5	55
838	1	36 9	231	868	4	36 9	155	898	3	22
839	4	14 5	554	869	2	13 4	632	899	6	31
840	6	26 8	461	870	2	61 7	421	900	3	22

NO. 11

DATE

回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ	3コ	回数	1コ	2コ	3コ
901	1	51 6	112	931	4	21 3	321	961	2	25 7	255
902	3	26 8	633	932	3	53 8	425	962	5	21 3	555
903	5	46 10	261	933	4	32 5	661	963	5	63 9	625
904	5	54 9	221	934	5	66 12	324	964	2	24 6	105
905	5	44 8	255	935	4	26 8	166	965	2	21 3	321
906	4	44 8	433	936	5	16 7	114	966	6	24 6	444
907	3	46 10	512	937	3	21 3	131	967	1	23 5	513
908	5	33 2	262	938	4	16 7	311	968	5	54 9	653
909	6	56 11	336	939	5	34 7	142	969	6	43 7	365
910	4	11 2	461	940	6	33 6	133	970	4	64 10	655
911	3	16 7	514	941	5	51 6	323	971	3	46 10	513
912	4	42 6	253	942	3	26 8	613	972	2	65 11	622
913	1	66 12	543	943	6	42 6	357	973	2	36 9	624
914	1	21 3	255	944	6	15 6	553	974	2	46 10	534
915	2	12 3	324	945	1	13 4	441	975	4	52 7	152
916	4	64 10	633	946	5	36 9	632	976	3	52 7	553
917	4	66 12	156	947	6	66 12	335	977	5	16 7	666
918	4	21 3	442	948	4	14 5	436	978	2	65 11	226
919	3	55 10	426	949	1	52 7	115	979	6	57 8	612
920	1	34 7	261	950	1	25 7	357	980	1	64 10	332
921	3	16 7	362	951	4	63 9	236	951	6	12 3	532
922	5	52 7	614	952	5	53 8	151	982	5	42 6	552
923	6	46 10	512	953	5	32 5	353	983	6	13 4	534
924	1	63 9	321	954	3	62 8	151	984	4	34 7	623
925	3	46 10	124	955	2	33 6	425	985	3	61 7	132
926	1	32 5	545	956	6	12 3	325	986	4	22 4	153
927	2	45 9	143	957	1	45 9	225	987	4	41 5	416
928	1	13 4	242	958	3	63 9	145	988	5	16 7	352
929	5	24 6	553	959	6	33 6	432	989	1	27 3	122
930	3	15 6	313	960	2	35 8	131	990	5	25 7	146

KOKUYO

NO. 12

DATE

回数	1コ	2コ	3コ
991	1	56 11	226
992	4	14 5	156
993	6	22 4	515
994	5	35 8	224
995	1	53 8	265
996	5	46 10	654
997	1	55 10	413
998	6	41 5	521
999	2	11 2	644
1000	6	23 5	166

D+108

D-109

サイコロの目 / 回数	1	2	3	4	5	6	計
1〜100	21	17	23	13	12	14	100
101〜200	17	18	11	19	14	21	100
201〜300	19	15	11	14	22	19	100
301〜400	11	14	12	19	21	23	100
401〜500	15	15	15	14	26	15	100
501〜600	17	14	17	13	23	16	100
601〜700	14	17	13	13	23	20	100
701〜800	17	11	19	17	23	13	100
801〜900	11	20	18	16	16	19	100
901〜1000	17	12	15	18	22	16	100
計	159	153	154	156	202	176	1000

1〜100までの割合
1 21÷100=0.21
2 17÷100=0.17
3 23÷100=0.23
4 13÷100=0.13
5 12÷100=0.12
6 14÷100=0.14

1〜200までの割合
1 38÷200=0.19
2 35÷200=0.175
3 34÷200=0.17
4 32÷200=0.16
5 26÷200=0.13
6 35÷200=0.175

1〜300まで割合
1 57÷300=0.19
2 50÷300=0.16……
3 45÷300=0.15
4 46÷300=0.153……
5 48÷300=0.16
6 54÷300=0.18

1〜400までの割合
1 68÷400=0.17
2 64÷400=0.16
3 57÷400=0.1425
4 65÷400=0.1625
5 69÷400=0.1725
6 77÷400=0.1925

1〜500までの割合
1 83÷500=0.166
2 79÷500=0.158
3 72÷500=0.144
4 79÷500=0.158
5 95÷500=0.19
6 92÷500=0.184

1〜600までの割合
1 100÷600=0.166…
2 93÷600=0.155
3 89÷600=0.148…
4 92÷600=0.153…
5 118÷600=0.196…
6 108÷600=0.18

1〜700までの割合
1 114÷700=0.162……
2 170÷700=0.242……
3 102÷700=0.145……
4 105÷700=0.15
5 141÷700=0.201……
6 128÷700=0.182……

1〜800までの割合
1 131÷800=0.163
2 181÷800=0.226
3 121÷800=0.151
4 122÷800=0.152
5 164÷800=0.205
6 141÷800=0.1762

D-110

1〜900までの割合	1〜1000までの割合
1　142 ÷ 900 = 0.157…	1　159 ÷ 1000 = 0.159
2　201 ÷ 900 = 0.223……	2　213 ÷ 1000 = 0.213
3　139 ÷ 900 = 0.154……	3　154 ÷ 1000 = 0.154
4　160 ÷ 900 = 0.177……	4　178 ÷ 1000 = 0.178
5　180 ÷ 900 = 0.2	5　202 ÷ 1000 = 0.202
6　160 ÷ 900 = 0.177……	6　176 ÷ 1000 = 0.176

サイコロの1〜6までの目が出る確率は正しくできているサイコロでは、どの目が出る確率も $\frac{1}{6}$ になるはずである。
投げた回数が多くなるほど目の出る割合が等しくなっていくはずだが僕の結果は、そうはならなかった。それは、サイコロが正しくできていなかったか、僕の投げ方が一定でなかったかもしれない。

〔2〕.
2コのサイコロを同時に投げて出る目は次の通りである。

1.1	2.1	3.1	4.1	5.1	6.1
1.2	2.2	3.2	4.2	5.2	6.2
1.3	2.3	3.3	4.3	5.3	6.3
1.4	2.4	3.4	4.4	5.4	6.4
1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5
1.6	2.6	3.6	4.6	5.6	6.6

2コのサイコロの
和は次の通りである

2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10
6	7	8	9	10	11
7	8	9	10	11	12

2 → 1回
3 → 2〃
4 → 3〃
5 → 4〃
6 → 5〃
$\boxed{7 → 6〃}$
8 → 5〃
9 → 4〃
10 → 3〃
11 → 2〃
12 → 1〃

7が6回で一番多いので
7に賭けるのが有利。
7が出る確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

図Bからもこのような結果が確からしいといえる。

[図B]

[2]のサイコロを同じに投げて出た目の和の回数

回数 \ サイコロの和	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1~100	3	4	10	9	21	17	12	10	10	1	3	100
1~200	7	11	22	21	38	32	27	15	16	5	6	200
~300	11	16	32	29	52	50	39	26	22	12	11	300
1~400	14	18	42	39	62	78	54	34	29	15	15	400
1~500	17	23	51	47	74	97	69	46	37	20	19	500
1~600	20	25	66	57	84	113	85	60	45	22	23	600
1~700	29	31	73	65	98	130	93	71	54	27	29	700
1~800	32	36	83	80	112	148	107	78	61	32	31	800
1~900	34	41	94	90	131	167	112	87	71	38	35	900
1~1000	36	51	99	99	145	185	124	97	83	42	39	1000

D-111

[3]

回数	数
1 ~ 100	4
101 ~ 200	3
201 ~ 300	0
301 ~ 400	3
401 ~ 500	1
501 ~ 600	3
601 ~ 700	1
701 ~ 800	2
801 ~ 900	1
901 ~ 1000	4
計	22

回数	数
1 ~ 100	4
1 ~ 200	7
1 ~ 300	7
1 ~ 400	10
1 ~ 500	11
1 ~ 600	14
1 ~ 700	15
1 ~ 800	17
1 ~ 900	18
1 ~ 1000	22
計	22

ゾロ目が出る割合

$4 \div 100 = 0.04$
$7 \div 200 = 0.035$
$7 \div 300 = 0.023\cdots$
$10 \div 400 = 0.025$
$11 \div 500 = 0.022$
$14 \div 600 = 0.023\cdots$
$15 \div 700 = 0.021\cdots$
$17 \div 800 = 0.02125$
$18 \div 900 = 0.02$
$22 \div 1000 = 0.022$

ゾロ目の出る確率

$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times 6 = \frac{1}{36}$

$1 \div 36 = 0.0277\cdots\cdots$ とな

1000回サイコロを投げた結
左の様な数字となった。

連続した数の計算

レポートのあらすじ・取り組み

1+2+3+～+10のように連続した数は計算しにくいが簡単な計算の仕方があったので、それについてレポートします。

レポートの内容

解き方の手順

①1番最初の数と1番最後の数を足す。

②それに足している数の$\frac{1}{2}$をかける。

例) $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$

と足していくと、

① $(1+10)+(2+9)+(3+8)+(4+7)+(5+6)$となる。

これは11が5個ある。

よって1番分かりやすい一番前と1番後ろを足して11を作る。②

次に①の式は2つの式を足して1つにした事により、初めの式の半分になったといえる。

よって初めの式の数の$\frac{1}{2}$をかける③

②.③から　$10\times\frac{1}{2}\times(1+10)$とおける。

一般化すると、、、、

$a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots a_{10}$とおくと、

$10\times\frac{1}{2}\times(a_1+a_{10})$とおける

この10は式の数、つまり最後の数と同じ。

◎

$1+3+5+7+9+11$ の場合も同じように

$(1+11)+(3+9)+(5+7)=12+12+12=36.$

$(1+11)\times 6\times \frac{1}{2}=12\times 3=36$ となる.

◎

2つずつ数が離れている場合.

$2+4+6+8+10+12+14+16+18+20$

⇓ 2でくくる.

$2(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10)$

になるので、同様に①.②をする.

それに2をかければ良い.

明治x年、昭和m年は西暦何年か？

レポートのあらすじ・取り組み

・明治x年の時、西暦y年とすると、xをyについての式で表す。

・昭和m年の時、西暦n年とすると、mをnについての式で表す。

レポートの内容

(1) 明治x年は西暦何年か？

明治(x)	1(元)	10	20	30	40	45
西暦(y)	1868	1877	1887	1897	1907	1912

⇓

全て ↓+□

年号と西暦の公式をつくると、上から

$y = x + \square$ になる

xに1を、yに1868を代入

$1868 = 1 + \square$

$\square = 1867$（西暦－明治）

1867は西暦－明治で求められたので
明治0年といえる

No1と上から、
明治の年から西暦を求める公式は、
$y = 1867 + x$ になる

---

(2) 昭和m年は西暦何年か？

昭和(m)	1(元)	10	30	50	60	63
西暦(n)	1926	1935	1955	1975	1985	1988

⇓

全て↓＋□

(1)と同じように $n = m + □$ の式に、
$m = 1$、$n = 1926$ を代入
$1926 = 1 + □$
$□ = 1925$

1925は西暦－昭和で求められたので
昭和0年といえる

上から昭和の年から西暦を求める公式は

$n = 1925 + m$ になる

応用問題

(1)の応用

〔1900年は明治何年か？〕

公式の $y = 1867 + x$ に，$y = 1900$ を

代入すると，$1900 = 1867 + x$

$x = 33$

A. 明治33年

(2)の応用

〔終戦の年(1945年)は昭和何年か？〕

公式の $n = 1925 + m$ に $n = 1945$ を

代入

$1945 = 1925 + m$

$m = 20$

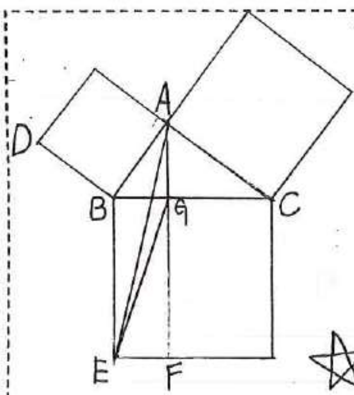
A. 昭和20年

数学の森〔図形〕を解いて

レポートのあらすじ・取り組み

教科書の問題を見ていると、三平方の定理に不思議だなぁと思って証明してみたいと思い、この問題にしました。

レポートの内容



①△ADB＝△CDBを示す

②△CDB＝△ABEを示す

③△ABE＝△GBEを示す

☆①～③のことを示して、三平方の定理を証明しましょう。

証明

等積変形を利用する。

BEと平行な線分AFをひく。

① AC//DBより、△ADB＝△CDB

② 2組の辺とそのはさむ角がそれぞれ等しいので

△CDB＝△ABE

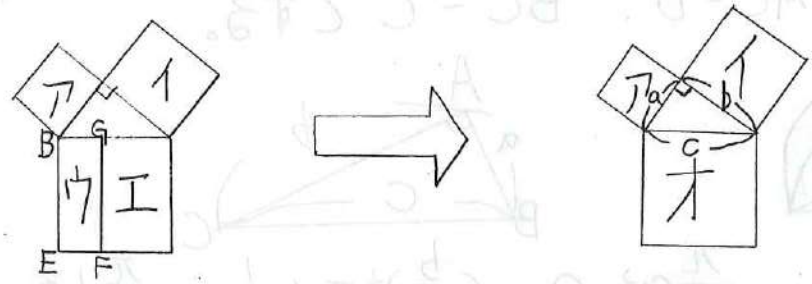
③ BE//AEより、△ABE＝△GBE

①、②、③より、△ADB＝△GBE

したがって　図1より
正方形ア＝長方形ウが成り立つ。

同様に、
正方形イ＝長方形エ
よって　正方形ア＋正方形イ＝正方形オ
これは、三平方の定理が成り立つことを示している。

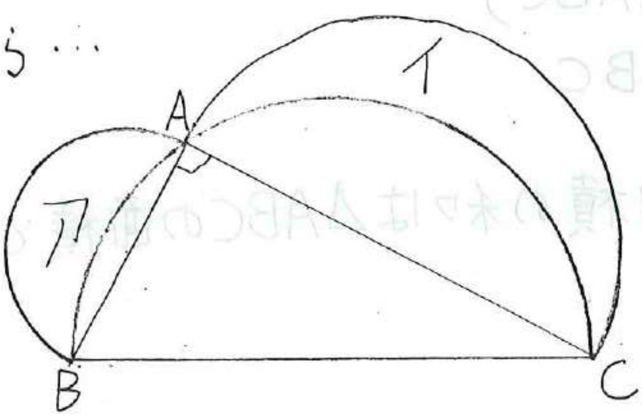
図1



感想

三平方の定理はなんでこうなるのかわからなかったので
この問題を解いていくと、意外にかんたんでむずかしく
考えすぎていました。
そして、こんな定理を見つけだしたピタゴラスは
天才だ。

P177から…

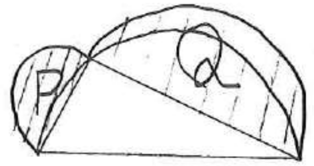


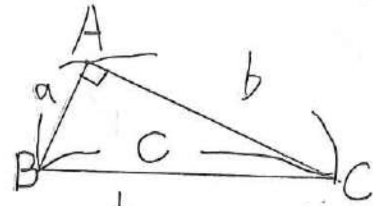
「直角三角形ABCの辺BC、CA、ABを直径とする
3つの半円をかくとき、そこにできる月形ア、イの
面積の和は、この図のなかのある図形の面積に等しくなる」

☆ある図形とは、どんな図形なのか考えてみましょう。
また、この性質が成り立つことを証明してみましょう。

証明

辺AB、AC、BCをそれぞれ直径とする。
半円の面積をP、Q、Rとする。
また、$AB=a$、$AC=b$、$BC=c$とする。





$P=\left(\frac{a}{2}\right)^2\pi\times\frac{1}{2}=\frac{\pi}{8}a^2$、$Q=\left(\frac{b}{2}\right)^2\pi\times\frac{1}{2}=\frac{\pi}{8}b^2$

$R=\left(\frac{c}{2}\right)^2\pi\times\frac{1}{2}=\frac{\pi}{8}c^2$

また、△ABCは直角三角形なので、$a^2+b^2=c^2$

したがって、

$P+Q=\frac{\pi}{8}a^2+\frac{\pi}{8}b^2=\frac{\pi}{8}(a^2+b^2)=\frac{\pi}{8}c^2=R$

$$\begin{aligned}ア+イ&=\underline{P+Q}-(R-\triangle ABC)\\&=\underline{R}-R+\triangle ABC\\&=\triangle ABC\end{aligned}$$

よって、月形ア、イの面積の和は△ABCの面積と等しい。

感想

三平方の定理を使ってあらたな法則をみつけるのにかけた時間はものすごくかかったと思う。
ピポクラテスは努力家なのかなぁ

数学を使った日常の疑問の解き方

レポートのあらすじ・取り組み

学校で習った事の「なぜそうなるのか?」という疑問や、日常で数学を使うとわかるような疑問を、自分で見つけ、解きました。

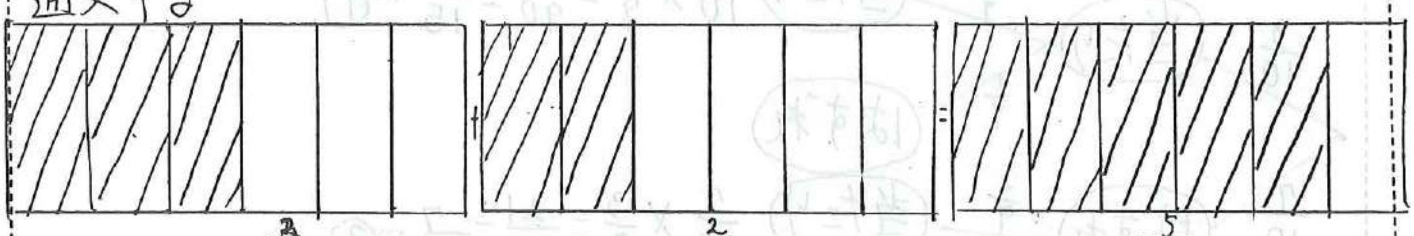
レポートの内容

○なぜ $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$ ではないのか?

まず図で示してみる

$\frac{1}{2}$　$\frac{1}{3}$

通文する



$\frac{3}{6}$　$\frac{2}{6}$　$\frac{5}{6}$

このことから $\frac{b}{a}+\frac{d}{c}=\frac{bc}{ac}+\frac{ab}{ac}=\frac{bc+ad}{ac}$ ということがわかった。

そこで、たとえばあめ4個を2人で均等に分けたければ、2個ずつ分けたらいいです。でもケーキ1個を3人で分けようと思うと、1を3でわらないといけません。でもこれは整数の答えがでてきません。

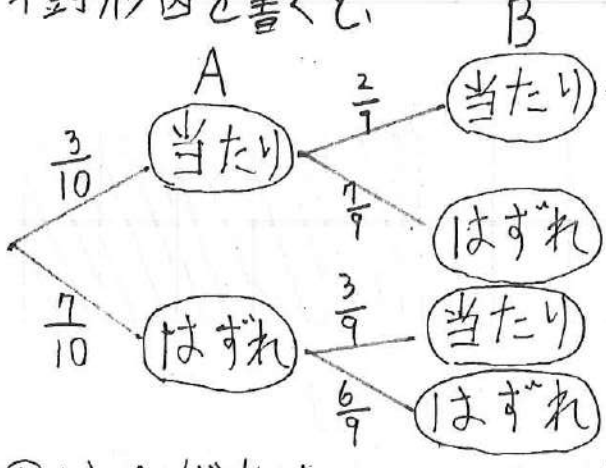
したがって、1を3等分するには $\frac{1}{3}$ という「分数」というものを作らなければならなかったんだと思います。

○マイナス×マイナスはなぜプラスになるのか?

まず$(-2)\times(-3)=6$という式を使います。その式は$(-2)\times(-3)-6=0$
$(-2)\times(-3)+(-2)\times3=0$とあらわすことができます。
そして$(-2)\times(3-3)=0$とすることができます。
これは$a\times0=0$を$a=-2$として$\underset{(-2)}{a}\times(3-3)$をあらわしたものです。
だからマイナス×マイナスはプラスになると言えます。

○くじ引きは早い方が得かどうか?

たとえば商店街でくじ引きが行われたとします。
でも1等が全部出てしまうと、1等はもう100%当たりません。
だからなるべく早く引いた方がいいのかと思いました。
そこで樹形図を書いて調べようと思いました。
まず10本のくじがあり、その中に当たりくじが3本入っているとします。そしてAが先に引きBが後で引くとします。
Aが当たりくじを引く確率は明らかに$\frac{3}{10}$です。
BはAの結果によって確率が変わります。
樹形図を書くと、



$\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}=\frac{6}{90}=\frac{1}{15}$ …①

$\frac{7}{10}\times\frac{3}{9}=\frac{21}{90}=\frac{7}{30}$ …②

①はAが当たりくじを引いた場合で、残りくじ9本のうち、当たりくじは2本で、このときBの当たる確率は$\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$となる。
②はAがはずれた場合で残りくじ9本のうち当たりくじは3本で

Bの当たる確率は $\frac{7}{10}\times\frac{3}{9}=\frac{7}{30}$ となる。
①と②は同時には起こらないので、$\frac{1}{15}+\frac{7}{30}=\frac{3}{10}$ がBの確率となる。だからAとBの当たる確率は共に $\frac{3}{10}$ となり「くじ引きは早い方が得」ということは間違いであるとわかりました。
でも、これはくじ全体を見たことであり、何人かがくじを引いてからあらためて確率を考えると、はじめの確率とは違ってきます。
たとえばAが引いてからだけに限っていえばBの当たる確率は $\frac{2}{9}$ になってAより不利になり、逆Aがはずれてからだけに限ればBの当たる確率は $\frac{3}{9}$ になりAより有理になります。
だからといってくじを引くのを待っていて、あたりくじが減り、当たりくじが全部出てしまうとやっぱりいけないので、なるべく全部出る前に引いた方がいいと思います。

。席がえした時に席が変わらない確率

たまに、クラスで席がえをした時に、席が替わっていない人がいます。そこで、「席がえした時に、席が変わらない確率」というものを考えてみることにしました。
まず、1クラス35席だとします。そして席替え後の状態は何通りになるか？と考えます。
1人の生徒がどこに座るかについては35通りになります。
2人目は、1人目の生徒の席を除いた34通り、3人目は33通り 4人目は、32通りと続きます。つまり席順は全部で35×34×33×32…×2×1通りになる。席が替わらない確率は？となると「仮に生徒が動かない席替え」というのを考えてみる。残り34席はどんな席順でもいいので、今度は34×33×32…2×1通りになる。

だから求められる確率は$\frac{34 \times 33 \times 32 \cdots \times 2 \times 1}{35 \times 34 \times 33 \times 32 \cdots \times 2 \times 1} = \frac{1}{35}$となる。
よってクラスに何人いてもある人から見て誰かが席替え後も同じ席に座る確率は座席分の1になります。

◎数学の森
中2
☆P176「方程式とてんびん」

$4 - x = x - 2$　$-2x = -6$　$x = 3$　答えが一致するとどうか? $4-3=3-2$
$1=1$

☆P177「連立方程式と左左五」

$\begin{cases} x+y=13 \cdots ① \\ 2x+3y=30 \cdots ② \end{cases}$　①×2より $2x+2y=26 \cdots ①'$　①'-②より $-y=-4$　$y=4$

$y=4$を①に代入 $x+4=13$　$x=9$　$\begin{cases} x=9 \\ y=4 \end{cases}$　左18コ 右12コ

☆P182「ダイヤグラム」

列車P→速さ$=\frac{2000}{3}$m/分から $y=\frac{2000}{3}x$
列車Q→速さ$=\frac{2000}{3}$m/分　$y=-\frac{2000}{3}x+30000$

$\begin{cases} y=\frac{2000}{3}x — ① \\ y=-\frac{2000}{3}x+30000 — ② \end{cases}$　①を②に代入 $\frac{2000}{3}x=-\frac{2000}{3}x+30000$
$\frac{4000}{3}x=30000$　両辺を×3する $4000x=90000$
$x=\frac{45}{2}=22.5$分$=22$分30秒　7時+22分30秒=7時22分30秒

「台形の公式」と「進数」について

レポートのあらすじ・取り組み

僕は中2の教科書の巻末にある「数学の森」より台形の問題をひきだしてきて理解を深め、小学校で少しだけ教わった進数の事を詳しく調べたいと思います。

レポートの内容

☆台形について

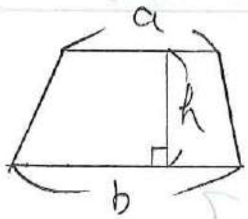
中2の「数学の森」より問題

ア $\frac{1}{2}a\times h+\frac{1}{2}b\times h$

イ $\frac{1}{2}(a+b)\times h$

ウ $a\times h+\frac{1}{2}(b-a)\times h$

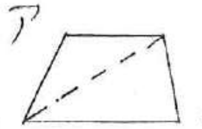
エ $b\times h-\frac{1}{2}(b-a)\times h$



Q. ア～エは、どのように考えて求めたのでしょうか？

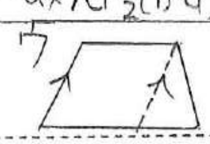
A.

ア→台形を2つの三角形に分けて面積を求めて足した。$=\frac{1}{2}a\times h+\frac{1}{2}b\times h$

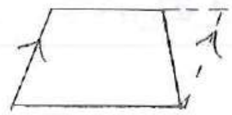


イ→上辺を下辺の横に移動させて大きな一つの三角形に変えて求めた。$=\frac{1}{2}(a+b)\times h$

ウ→台形を平行四辺形と三角形に分けて面積を求めて足した。$=a\times h+\frac{1}{2}(b-a)\times h$



エ→台形に三角形を足して平行四辺形にして面積を求めてそこから三角形の面積をひいた。$=b\times h-\frac{1}{2}(b-a)\times h$



・ア〜エの式を全て計算してみる。

ア→ $\frac{1}{2}a\times h+\frac{1}{2}b\times h=\frac{ah}{2}+\frac{bh}{2}$

$=\frac{(a+b)h}{2}$ //

イ→ $\frac{1}{2}(a+b)\times h=\frac{(a+b)h}{2}$ //

ウ→ $a\times h+\frac{1}{2}(b-a)\times h=ah+\frac{(b-a)h}{2}$

$=\frac{2ah}{2}+\frac{bh-ah}{2}$

$=\frac{ah+bh}{2}$

$=\frac{(a+b)h}{2}$ //

エ→ $b\times h-\frac{1}{2}(b-a)\times h=bh-\frac{(b-a)h}{2}$

$=\frac{2bh}{2}-\frac{bh-ah}{2}$

$=\frac{ah+bh}{2}$

$=\frac{(a+b)h}{2}$ //

◎ア〜エいずれも $\frac{(a+b)h}{2}$ になる!!

よって $\boxed{台形の公式=\frac{(a+b)h}{2}}$ となる。

☆進数とは？

・2進数

└→基数を2とした数値の表現法。桁が一つ移動する毎に値の重みが2倍（又は$\frac{1}{2}$倍）になる。0と1の2種類の数字を用いてすべての数を表現する。数字が2つからなる事が電子回路のON/OFFと対応させる事ができるので、コンピューター内部では全ての数字を2進数におきかえて処理している。

・基数

└→数値を表現する際に、各桁の重みづけの基本となる数。僕らが普段使っている10進数では10倍ごとに桁が上がっていくので基数は10である。2.8、10.16進数の基数はそれぞれ2.8.10.16である。一般にn進数ではある位の1つ上の位の数はn倍の数を表す。例えば10進数なら右から順に「1の位」「10の位」、

「100の位」…のようになるが、これが16進数になると「1の位」「16の位」「256の位」…のようになる。ちなみに16進数等で9以上を表現する時はA〜Fを10〜16として使う。

○例をあげてみよう!!

		確認計算
25を2進数に→	1 1 0 0 1 (16の位 8の位 4の位 2の位 1の位)	16×1+8×1+4×0+2×0+1×1 =16+8+1 =25
351を8進数に→	5 3 7 (64の位 8の位 1の位)	64×5+8×3+1×7 =320+24+7 =351
107を10進数に→	1 0 7 (100の位 10の位 1の位)	100×1+10×0+1×7 =100+7 =107
2938を16進数に→	B 7 A (256の位 16の位 1の位)	256×11+16×7+1×10 =2816+112+10 =2938

☆最後に。

台形の公式は知っていたが、こんなたくさんの考え方から作れる公式だとは知らず、やってみて驚いた。
小学校の頃に教えられてからあやふやだった進数が何かはっきりしてうれしかった。調べるのは大変だったけどやりがいがあった。

関数による甲南マークの表現

レポートのあらすじ・取り組み

最初は数字の"0"と"1"の組み合わせを使って絵を表す※ラングレンス法を参考に甲南マークを表そうとしましたが、甲南マークが三角形などの図形の組み合わせでできているので、座標面上に関数の式で表す事が出来るのではと考えました。
※「月刊うちゅう」を参考にしました。

レポートの内容

1、甲南マークを適当な大きさに拡大コピーし、それを方眼紙に写し各図形の頂点などのx、y座標を読みます。(No.4)

三角形

△I ⟶ a(20、120)、b(63、120)、c(63、68)
△II ⟶ d(91、120)、e(134、120)、f(91、68)
△III ⟶ g(77、87)、h(30、22)、i(124、22)

円

中心Oの座標(77、46)
円周上の任意の点P(77、22)
円Oの半径r＝24

2、三角形を1次関数の式で表します。

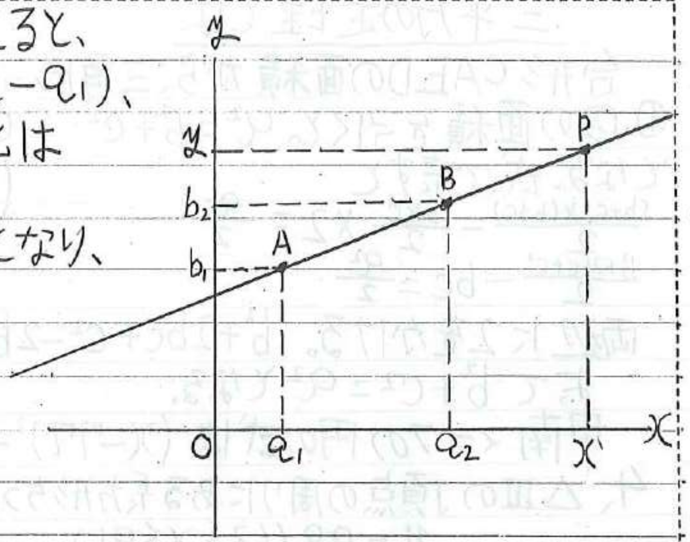
三角形を1つの関数の式では表せないので3つの1次関数の直線が交わって出来た図形が三角形であると考え、それぞれの式に変域を決めて、1次関数の直線が三角形の頂点の間の線分、つまり辺になるようにします。

☆2点を通る1次関数の式 ⟶ $y = \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}(x - a_1) + b_1$

☆の求め方

点Aから点Bまでのx方向の変化は、$(a_2 - a_1)$。一方、y方向の変化は$(b_2 - b_1)$なので、比例定数は $\frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}$ …①となります。

また、直線上に任意の点P(x、y)をとると、
点Aから点Pまでの変化はx方向は$(x-a_1)$、
y方向は$(y-b_1)$なので変化の比は
$\frac{y-b_1}{x-a_1}$ …②となります。
①と②は一致するので $\frac{y-b_1}{x-a_1}=\frac{b_2-b_1}{a_2-a_1}$ となり、
両辺に$(x-a_1)$を掛けると、
$y=\frac{b_2-b_1}{a_2-a_1}(x-a_1)+b_1$が求められます。



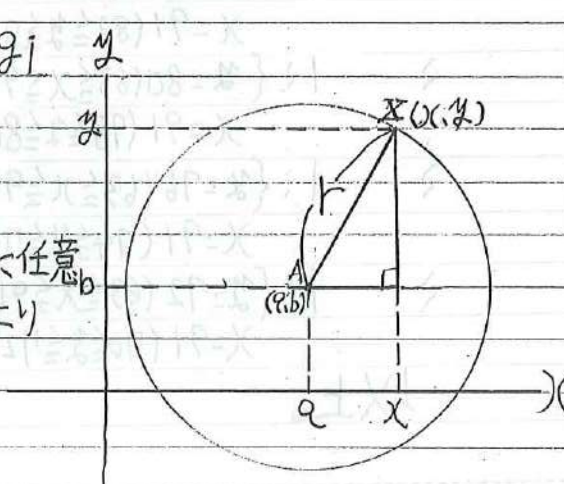
△Ⅰ
$$y=\frac{120-68}{20-63}(x-20)+120$$
$$=-\frac{52}{43}(x-20)+120$$
$$=-\frac{52}{43}x+\frac{1040}{43}+120=-\frac{52}{43}x+\frac{6200}{43}\ (20\leqq x\leqq 63)\ \cdots ac$$
$$y=120\ (20\leqq x\leqq 63)\ \cdots ab$$
$$x=63\ (68\leqq y\leqq 120)\ \cdots bc$$

△Ⅱ
$$y=\frac{120-68}{134-91}(x-91)+68$$
$$=\frac{52}{43}x-\frac{4732}{43}+68$$
$$=\frac{52}{43}x-\frac{1808}{43}\ (91\leqq x\leqq 134)\ \cdots ef$$
$$y=120\ (91\leqq x\leqq 134)\ \cdots de$$
$$x=91\ (68\leqq y\leqq 120)\ \cdots df$$

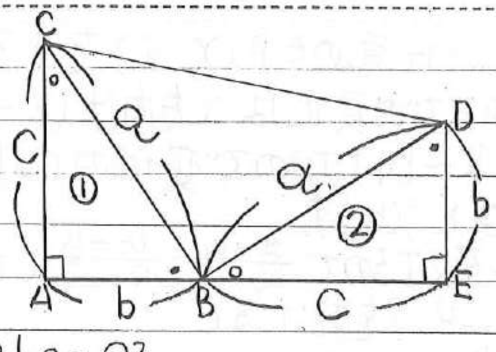
△Ⅲ
$$y=\frac{87-22}{77-30}(x-30)+22$$
$$=\frac{65}{47}x-\frac{1950}{47}+22$$
$$=\frac{65}{47}x-\frac{916}{47}\ (30\leqq x\leqq 77)\ \cdots gh$$
$$y=\frac{22-87}{124-77}(x-77)+87$$
$$=-\frac{65}{47}x+\frac{5005}{47}+\frac{4089}{47}$$
$$=-\frac{65}{47}x+\frac{9094}{47}\ (77\leqq x\leqq 124)\ \cdots gi$$
$$y=22\ (30\leqq x\leqq 124)\ \cdots hi$$

3、円を関数の式で表します。

右の図のように点A(a,b)を中心とする半径rの円周上に任意の点X(x,y)をとると、その半径rの長さは三平方の定理より
$r^2=(x-a)^2+(y-b)^2$となります。つまり、中心(a,b)、半径rの円を表す式となります。



三平方の定理とは



台形CAEDの面積から、三角形①、②の面積を引くと、$a^2=b^2+c^2$となる。式で表すと

$$\frac{(b+c)\times(b+c)}{2}-\frac{b\times c}{2}\times 2=\frac{a^2}{2}$$

$$\frac{b^2+2bc+c^2}{2}-bc=\frac{a^2}{2}$$

両辺に2をかける。$b^2+2bc+c^2-2bc=a^2$

よって$b^2+c^2=a^2$となる。

甲南マークの円の式は$(x-77)^2+(y-46)^2=24^2$となります。

4、△Ⅲの頂点の周りにある長方形5つの内の1つ。

$y=88\ (63\leqq x\leqq 91)$

$y=86\ (63\leqq x\leqq 91)$

$x=63\ (86\leqq y\leqq 88)$

$x=91\ (86\leqq y\leqq 88)$

残り4つも同じようにして求めます。

5、以上のように甲南マークの各図形を式で表すことが出来たので、色塗りの方法を考えます。

0:{式}に何もしない。1:{式}に黒く塗る というように決めます。

6、以上のことより、甲南マークは次のようになります。

△Ⅰ　1:$\{y=-\frac{52}{43}x+\frac{6200}{43}\ (20\leqq x\leqq 63),\ y=120\ (20\leqq x\leqq 63),$
$x=63\ (68\leqq y\leqq 120)\}$

△Ⅱ　1:$\{y=\frac{52}{43}x-\frac{1808}{43}\ (91\leqq x\leqq 134),\ y=120\ (91\leqq x\leqq 134),\ x=91\ (68\leqq y\leqq 120)\}$

△Ⅲ−円O　1:$[\{y=\frac{65}{47}x-\frac{916}{47}\ (30\leqq x\leqq 77),\ y=-\frac{65}{47}x+\frac{9094}{47}\ (77\leqq x\leqq 124),$
$y=22\ (30\leqq x\leqq 124)\}-\{(x-77)^2+(y-46)^2=24^2\}]$

円O　0:$\{(x-77)^2+(y-46)^2=24^2\}$

長方形　1:$\{y=88\ (63\leqq x\leqq 91),\ y=86\ (63\leqq x\leqq 91),\ x=63\ (86\leqq y\leqq 88),$
$x=91\ (86\leqq y\leqq 88)\}$

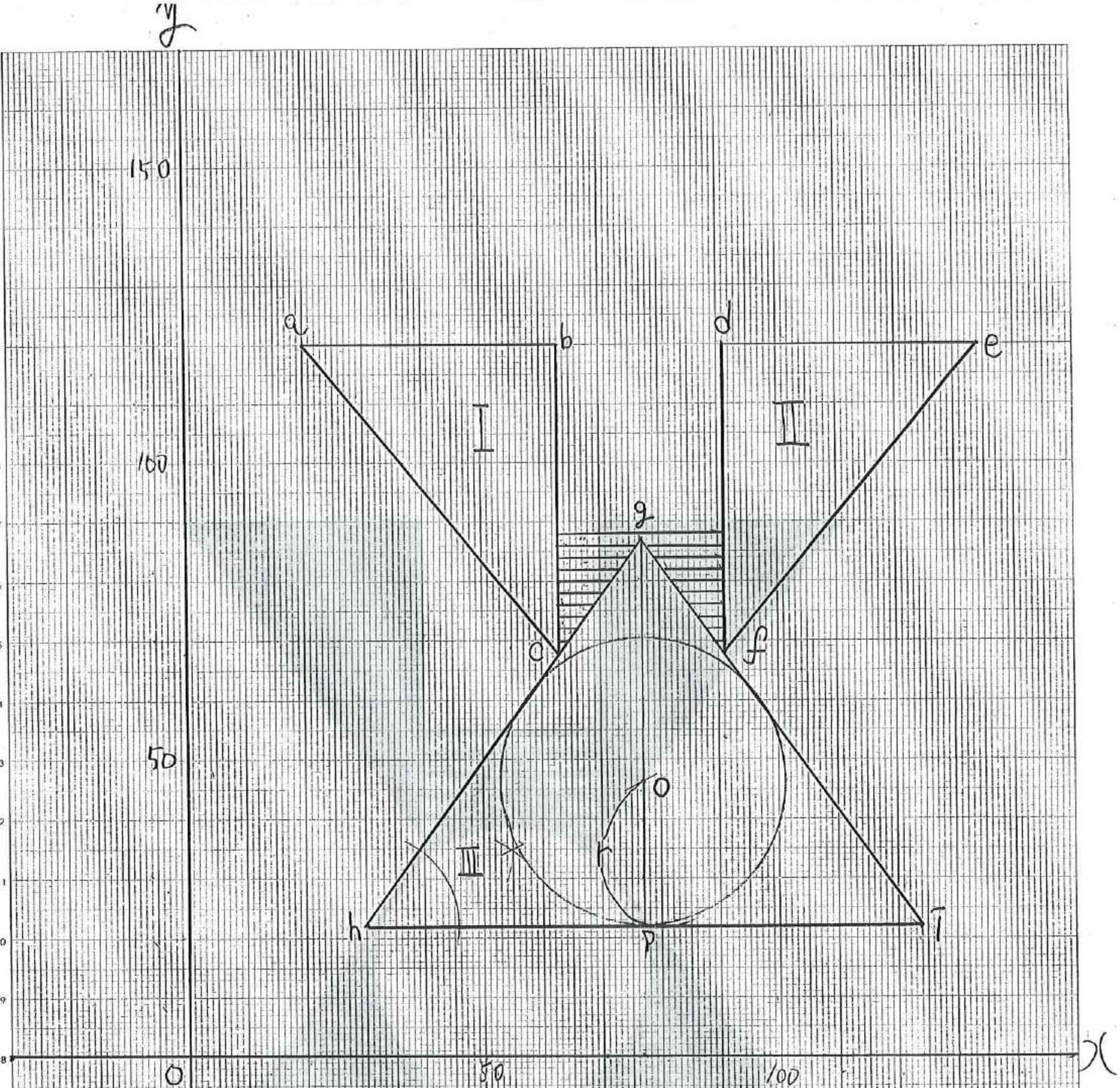
〃　1:$\{y=84\ (63\leqq x\leqq 91),\ y=82\ (63\leqq x\leqq 91),\ x=63\ (82\leqq y\leqq 84),$
$x=91\ (82\leqq y\leqq 84)\}$

〃　1:$\{y=80\ (63\leqq x\leqq 91),\ y=78\ (63\leqq x\leqq 91),\ x=63\ (78\leqq y\leqq 80),$
$x=91\ (78\leqq y\leqq 80)\}$

〃　1:$\{y=76\ (63\leqq x\leqq 91),\ y=74\ (63\leqq x\leqq 91),\ x=63\ (74\leqq y\leqq 76),$
$x=91\ (74\leqq y\leqq 76)\}$

〃　1:$\{y=72\ (63\leqq x\leqq 91),\ y=70\ (63\leqq x\leqq 91),\ x=63\ (70\leqq y\leqq 72),$
$x=91\ (70\leqq y\leqq 72)\}$

以上。



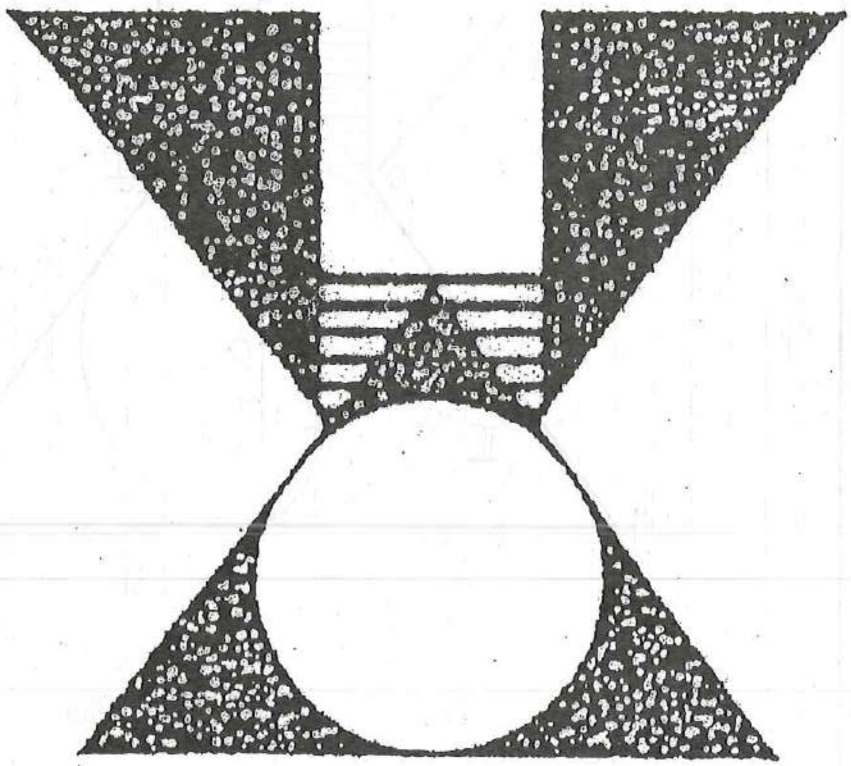
△Ⅰ…a(20,120), b(63,120), c(63,68)

△Ⅱ…d(91,120), e(134,120), f(91,68)

△Ⅲ…g(77,87), h(30,22), i(124,22)

円…中心O(77,46), 半径r=24

D-131



サイコロを1000回振る

レポートのあらすじ・取り組み

サイコロを1000回振って、振ったサイコロの一つ一つのマスがどのくらいの確率で出るのか実際に振って調べました。今回は6マスのサイコロと、10マスのサイコロを使いました。

レポートの内容

6マスのサイコロを1000回振った場合

1のマスが上を向いた回数は146回

$1000 \div 146 = 6.84 \xrightarrow{\text{四捨五入}} 7$　約$\frac{1}{7}$

2のマスが上を向いた回数は177回

$1000 \div 177 = 5.64 \xrightarrow{\text{四捨五入}} 6$　約$\frac{1}{6}$

3のマスが上を向いた回数は178回

$1000 \div 178 = 5.61\cdots\cdots \xrightarrow{\text{四捨五入}} 6$　約$\frac{1}{6}$

4のマスが上を向いた回数は160回

$1000 \div 160 = 6.25 \xrightarrow{\text{四捨五入}} 6$　約$\frac{1}{6}$

5のマスが上を向いた回数は157回

1000 ÷ 157 = 6.33 $\xrightarrow{\text{四捨五入}}$ 6　約$\frac{1}{6}$

6のマスが上を向いた回数は182回

1000 ÷ 182 ≒ 5.4945…… $\xrightarrow{\text{四捨五入}}$ 6　約$\frac{1}{6}$

およそですが、6つのマスのうち、5つのマスの上を向く確率が$\frac{1}{6}$になりました。100回振った時の結果は記録していませんが、1000回振った時よりも、上を向く数の差が大きかったので、1000回よりも多く振れば、6つのマス全部の確率がもっと$\frac{1}{6}$に近づくと思いました。

10マスのサイコロを1000回振った場合

1のマスが上を向いた回数は105回

1000 ÷ 105 ≒ 9.52………… $\xrightarrow{\text{四捨五入}}$ 10　約$\frac{1}{10}$

2のマスが上を向く回数は93回

1000 ÷ 93 = 10.75…… $\xrightarrow{\text{四捨五入}}$ 11　約$\frac{1}{11}$

3のマスが上を向く回数は106回

1000 ÷ 106 = 9.43…… $\xrightarrow{\text{四捨五入}}$ 9　約$\frac{1}{9}$

4のマスが上を向く回数は102回

1000 ÷ 102 = 9.80…… $\xrightarrow{\text{四捨五入}}$ 10　約$\frac{1}{10}$

5のマスが上を向く回数は85回

1000 ÷ 85 = 11.76…… $\xrightarrow{\text{四捨五入}}$ 12　約$\frac{1}{12}$

6のマスが上を向く回数は82回

1000 ÷ 82 = 12.19…… $\xrightarrow{\text{四捨五入}}$ 12　約$\frac{1}{12}$

7のマスが上を向く回数は96回

1000 ÷ 96 = 10.41…… $\xrightarrow{\text{四捨五入}}$ 10　約$\frac{1}{10}$

8のマスが上を向く回数は101回

1000 ÷ 101 = 9.90…… $\xrightarrow{\text{四捨五入}}$ 10　約$\frac{1}{10}$

9のマスが上を向く回数は97回

1000 ÷ 97 = 10.30…… $\xrightarrow{\text{四捨五入}}$ 10　約$\frac{1}{10}$

10のマスが上を向く回数は130回

1000 ÷ 130 = 7.69…… $\xrightarrow{\text{四捨五入}}$ 8　約$\frac{1}{8}$

およそですが、10のマスのうち、5つのマスの上を向く確率が$\frac{1}{10}$になりました。予想したよりも少なくて意外でした。振る回数は同じで、その振るサイコロのマス目の数が増えると、マス目が少ないサイコロよりも、一つ一つのマスの出る回数に差がでました。

サイコロの振る回数を増やせば増やすだけ、その振るサイコロの一つ一つのマスの上を向く回数が近くなり、サイコロのマスが増えていくと、一つ一つのマスの上を向く回数に差が出ました。

算数オリンピックに挑戦

レポートのあらすじ・取り組み

このレポートでは「算数オリンピック」の中から面白そうだった問題を2問（文章題と図形）解くことにしました。

レポートの内容

【文章題】

一郎君は10,000円を持って買い物に行きました。590円の品物Aと670円の品物BをBの個数の方が多くなるように買って、100円玉と10円玉でおつりをもらいましたが、もしもAとBの個数を入れかえていたら、おつりの100円玉と10円玉の枚数も入れかわっていたそうです。実際に買った品物Aと品物Bの個数を求めなさい。ただし、10円玉を10枚以上おつりでもらうことはないとします。

A　590円　xコ

B　670円　yコ　$(x < y)$

おつり $\begin{cases} 100円玉 & a枚 \\ 10円玉 & b枚 \end{cases}$　$(a, b < 10)$

$x < y$ だから

$$10000 - 590y - 670x = 100b + 10a$$

$$-)\ 10000 - 590x - 670y = 100a + 10b$$

$$80(y-x) = 90(b-a)$$

$(b-a)$ は $8k$，$(y-x)$ は $9k$ とおける.

k を 2以上にしたら 16以上になる.

$a.b < 10$ だから. $8k = 8$. $k = 1$ となる.

$b - a = 8$

$a.b < 10$，$ab \neq 0$ だから $a=1$，$b=9$.

$9k$ に $k=1$ を代入 $9k = 9$. $\Rightarrow y - x = 9$.

$a=1$. $b=9$ を代入.

$$10000 - 590x - 670(x+9) = 100\times1 + 10\times9$$

$$1260x = 3780$$

$$x = 3$$

$$y = 3+9 = 12$$

A. Aが3個 Bが12個

別) $10000 - 590(x+9) - 670x = 100\times9 + 10\times1$

$$1260x = 3780$$

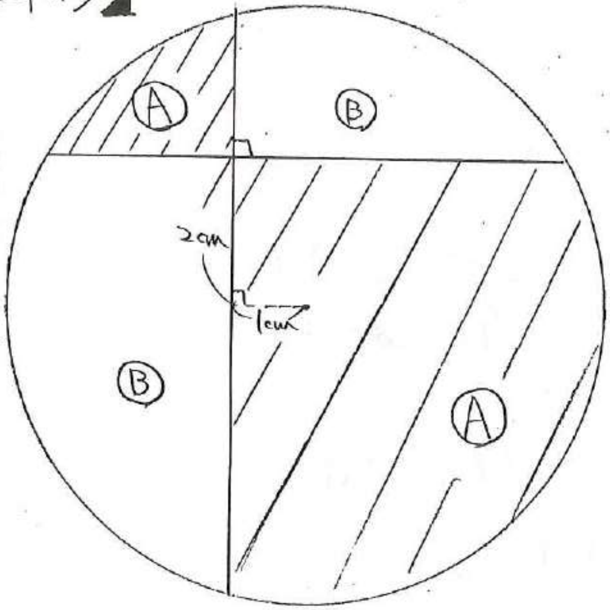
$$x = 3$$

$$y = 3+9 = 12$$

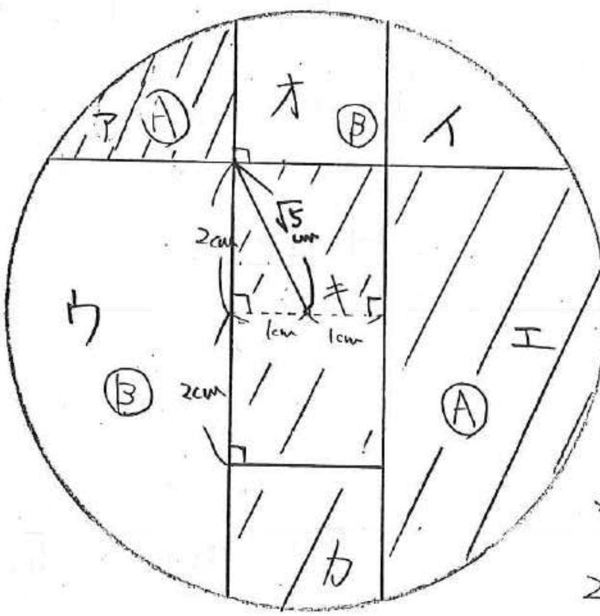
同じ

A. Aが3個 Bが12個

【図形】



左の図のように半径4cmの円の中で2本の直線が垂直に交わっています。
斜線の部分Ⓐの面積とその他の部分Ⓑの面積ではどちらがどれだけ大きいですか。記号と数字で答えなさい。



図のような補助線を入れる。
するとア＝イ，ウ＝エ，オ＝カとなり，残りのキの面積が答えとなる。

$(2+2)\times 2=8$

A，Aの方が $8\,cm^2$ 大きい。

※問題では半径が4cmとなっているが，$2^2+1^2=5$ より，半径が $\sqrt{5}$ cm 以上あれば答えは一定である。

学んだこと

(文章題)では，「＝」で結べても答えが出ないときは，違う記号でまとめればいいということが分かった。

(図形)では，どこかに補助線を引けば簡単に解けるということが分かった。

数学のグラフ

レポートのあらすじ・取り組み

自分の家の電気・水道料金のグラフと表を書きました。NO.2が電気料金のグラフでNO.3が水道料金のグラフです。

レポートの内容

月	5	6	7	8	9	10
料金	16423	15313	19442	23356	23093	20080

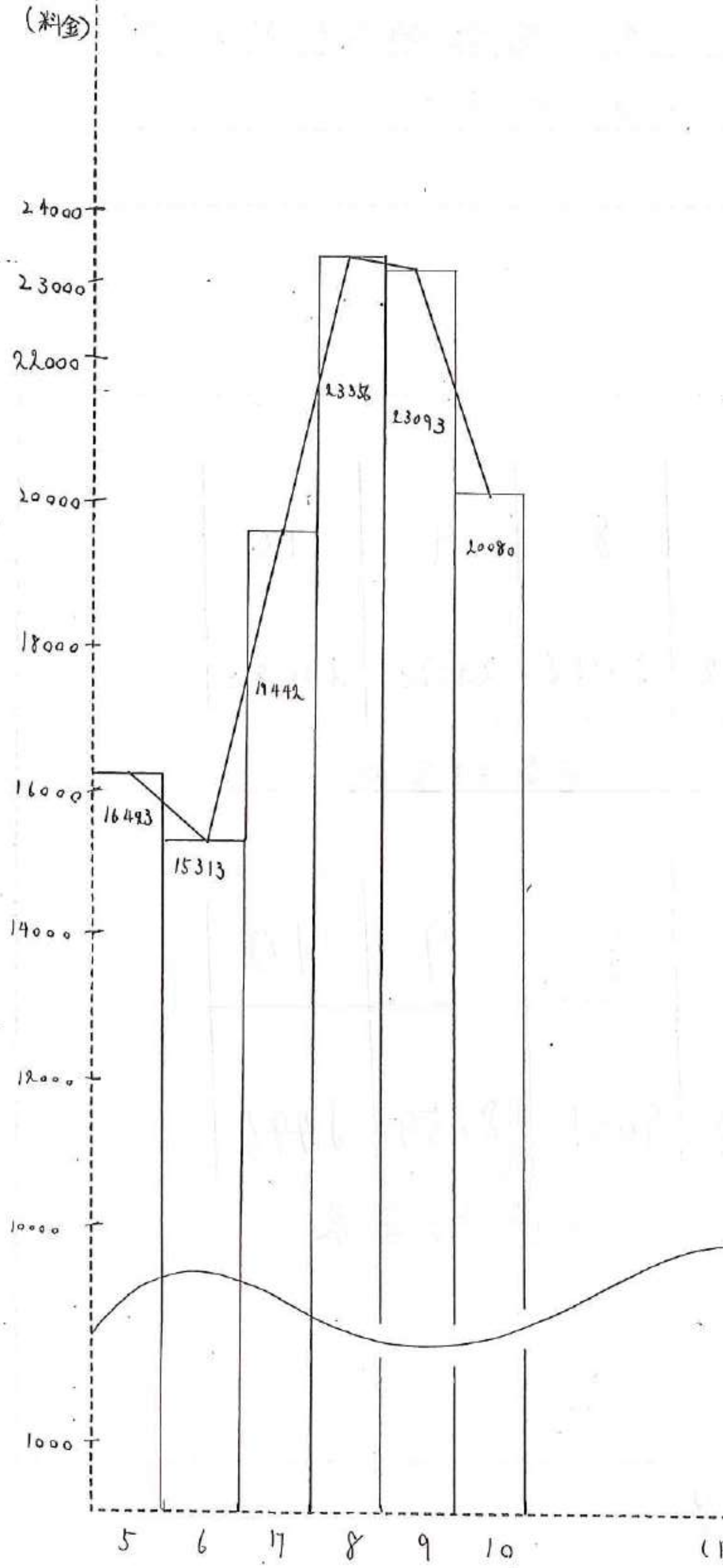
電気料金表

月	5	6	7	8	9	10
料金	8876	8976	8754	9031	8259	8496

水道料金表

3年 D組 12番 氏名 山本 泰久

月々の電気料金のグラフ

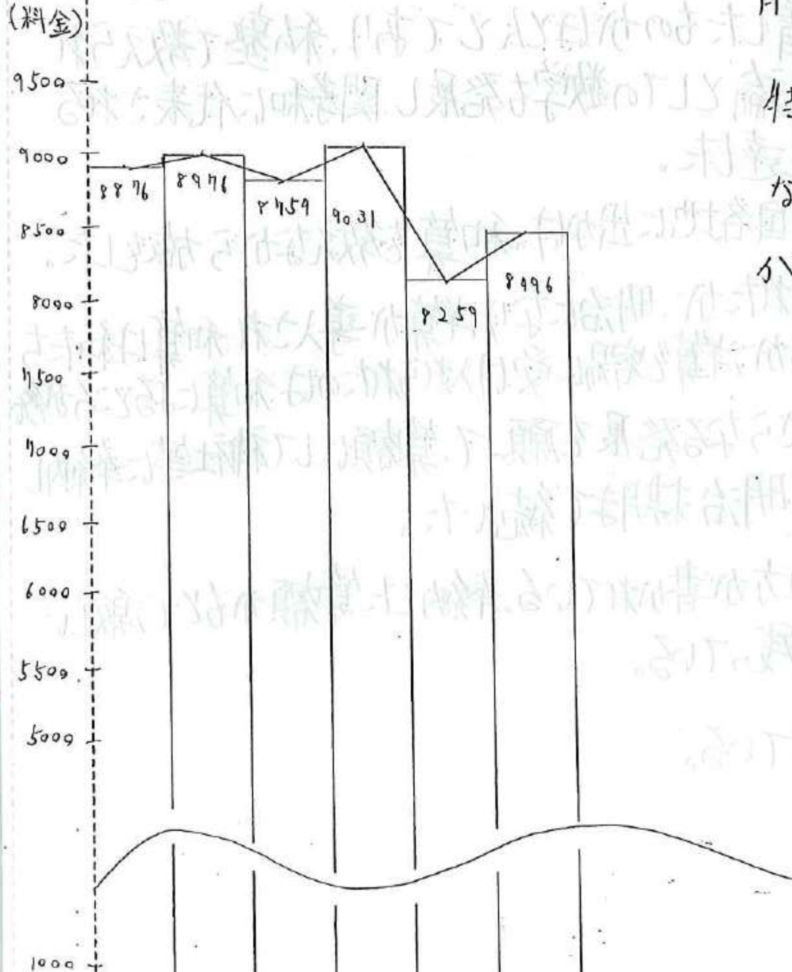


このグラフを見てみるかぎりでは、月々の料金の変化が大きい。
また 8月と9月の料金がほかの月とくらべて高く
5月と6月が、ほかの月とくらべ低くなっている。

NO 3　　　　3年 D組 42番　氏名 山本 泰久

月々の水道料金のグラフ

水道料金のグラフは
電気料金とくらべると
月々の差が少ない。
特別多いところは
ないが9月と10月
が他の月よりも少ない。



D-141

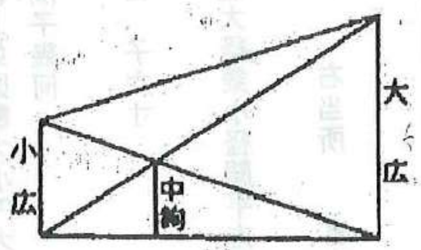
和算と算額

レポートのあらすじ・取り組み

あらすじは、和算と算額について調べた。取り組んだことは、和算の問題を今僕達が習っている洋算の公式を使って解いた。

レポートの内容

- 和算とは歌舞伎や浮世絵などとともに江戸時代初期に庶民の中から生まれた。当時は生活に密着したものがほとんどであり、私塾で教えられていた。また、それとは別に理論としての数学も発展し、関孝和に代表される和算家たちによって世界的水準を達した。
- 「遊歴算家」とよばれる人たちが全国各地に出かけ、和算を教えながら旅をした。
- 和算は明治時代まで盛んに行われたが、明治になり洋算が導入され、和算は私たちの生活から消えていった。しかし、私たちが洋算を容易に受け入れられたのは和算によるところが多い。
- 和算家は研究の成果の発表とさらなる発展を願って、算額にして神社等に奉納した。この風習は世界に例を見ず、明治末期まで続いた。
- 算額には、問題・図・答え、解き方が書かれている。奉納した算額がもとで激しい論争をくり返した例が各所に残っている。
- 現在でも多くの算額が残されている。



（兵庫県相生市八幡宮神社の算額）

① 今有半梯如図画中鉤大広六寸小広三寸問中鉤幾何

② 答曰　中鉤二寸

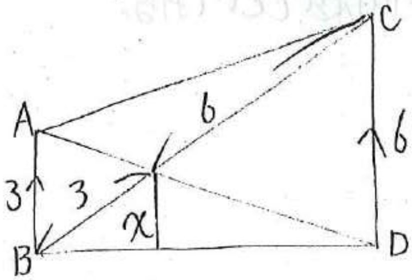
③ 術曰置大広以乗小広以大小広和除之得中鉤合問

右当所　福田万吉計邑

【現代語訳】

① 図のように台形に中鉤を書く。大広の長さを6寸、小広を3寸とするとき、中鉤の長さはいくらか。

- 僕は学校で習ったやり方で解きました。（平行線と線分の比）



$3:9=x:6$

$9x=18$

$x=2$

答え 2寸

- しかし和算での解き方は、大広に小広をかけて、これを大広と小広の和で割るとこれを得る。すると答えは、中鉤の長さは、2寸である。…… ②、③

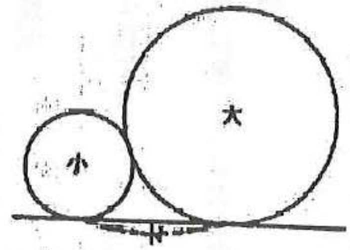
(6寸×3寸)÷(6寸+3寸)

=18寸÷9寸 = 2寸

〔解答例〕 大広の長さをa、小広の長さをb、中鉤をxとすると次の比例式が成り立つ。

$(a+b):b=a:x$

$x=\frac{ab}{a+b}$ になる



（兵庫県相生市八幡宮神社の算額）

① 今有線上如図載大小円大径九寸小径四寸問子幾何

② 答曰　子六寸

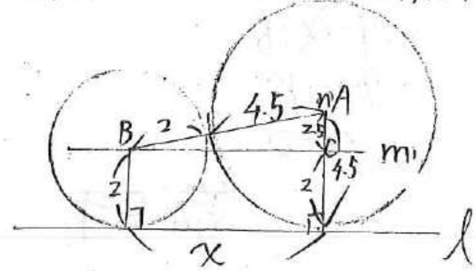
③ 術曰置大径乗小径開平方得子合問

右当所　富山鶴吉等真

【現代語訳】

① 図のように、直線上に大小2つの円を接するようにのせる。
大円の直径を9寸、小円の直径を4寸とするとき、子の長さはいくらか?

○ 学校で習った、三平方の定理を使って、この問題をといてみる。



補助線を引く

大円の中心点Aと小円の中心点Bを直線で結ぶ。
小円の中心点Bを通る線lに平行な線を引く m
大円の中心点Aよりlに垂直な線を引く n
線mとnの交点をCとする。

△ABCについて

$AB=2+4.5=6.5$

$AC=(4.5-2)=2.5$　　$BC=x$

$\angle C=90^\circ$　$(l \parallel m)$

△ABCにおいて三平方の定理を使って
$a^2+b^2=c^2$の公式より

$2.5^2+x^2=6.5^2$

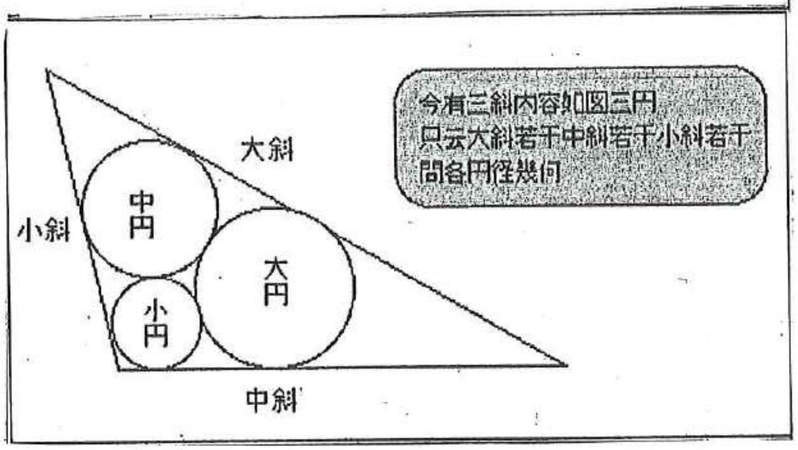
$x^2=42.25-6.25=36$　$x^2=36$　$x=6$　A 6寸

・和算での解き方は大円の直径に小円の直径をかけ開平するとこれを得る。-③

9寸×4寸=36寸 36の平方根は6になる

よって答えは6寸となる ‥‥②　A 6寸//

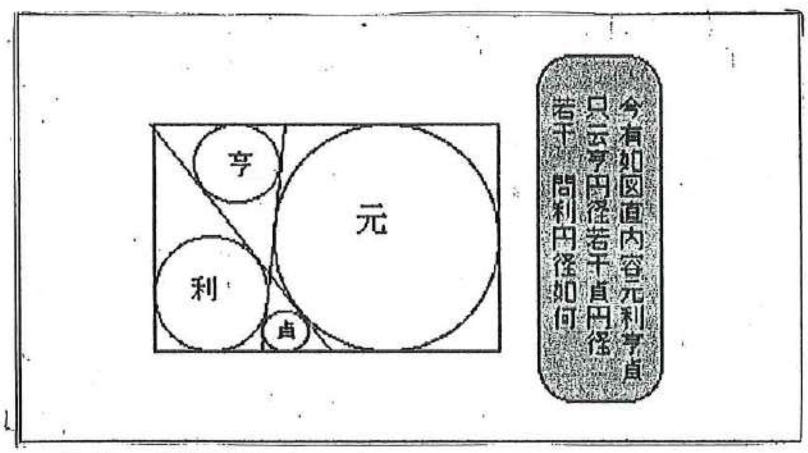
―他の算額の問題―



問1

『図のように辺の長さの違う三角形に内接しかつそれぞれに外接する3つの円がある。この各円の直径を求めよ』

問1は1803年にイタリアの学者が解いたらしいのだが記録によると今井兼庭はそれよりももっと早い時期にすでに解きあかしている。



問2

『図のように長方形に内接する円がある。それぞれ元円亨円、利円、貞円とする。さて利円の直径は?』

これらの問題はむずかしすぎて解けない!!

まとめ

江戸時代にこのように西洋にもおとらぬぐらいに、数学が発達していたとはおどろきでした。算額の奉納の習慣が和算を大いに広め進歩させる役割になった。

D-43 吉井良迪